

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M. Ing.

PAR  
Jérémy ARPIN-PONT

MÉTHODE DE DÉTERMINATION DES INCERTITUDES DE MESURES PAR JAUGES  
DE DÉFORMATION

MONTREAL, LE 7 DECEMBRE 2012

©Tous droits réservés, Jérémy Arpin-Pont, 2012

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

**PRÉSENTATION DU JURY**  
**CE RAPPORT DE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ**  
**PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

M. Souheil-Antoine Tahan, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. André Coutu, codirecteur de mémoire  
Département d'ingénierie mécanique, Andritz hydro Ltée

M. Hakim Bouzid, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Christian Belleau, membre du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Luc Marcouiller, membre du jury  
Expertise mécanique, métallurgie et hydroéolien, Institut de recherche d'Hydro-Québec

**IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC**

**LE 29 NOVEMBRE 2012**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**



## **REMERCIEMENTS**

Ce travail n'aurait pu être réalisé sans l'aide de plusieurs personnes et organismes, envers qui j'aimerais exprimer ici ma gratitude.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de recherche, Souheil-Antoine Tahan, professeur et chercheur à l'ETS, pour ses précieux conseils et sa disponibilité. Il a toujours su me ramener à bon port, malgré les dérives inévitables des courants de la recherche dans lesquels je me suis parfois embarqué.

Je tiens également à remercier mes coéquipiers de recherche, en commençant par Martin Gagnon, sans qui ce projet n'aurait pas vu le jour. Ses conseils et sa détermination m'ont été d'une grande aide. J'ai également aimé travailler avec Marc Poirier et Mickaël Szczota, avec qui l'ambiance du groupe était très bonne.

Ensuite, je n'aurais pu survivre durant deux ans sans le soutien financier de l'organisme MITACS, de l'entreprise Andritz Hydro Ltée et de l'IREQ (Institut de Recherche d'Hydro-Quebec). Je tiens à remercier les personnes s'impliquant dans les programmes de financement.

Je remercie l'entreprise Andritz Hydro Ltée, et plus particulièrement André Coutu pour son expérience et la confiance qu'il a pu apporter à mon projet. Je remercie également Christine Monette de la même entreprise pour ses explications et conseils. Je remercie l'IREQ pour son excellente ambiance. Je tiens à remercier particulièrement Denis Thibault et Luc Marcouiller pour leur accueil et la confiance qu'ils m'ont apportée. L'aide apportée par Alexandre Lapointe et Michel Lessard m'a permis de réaliser des mesures sur une turbine de taille réelle. J'ai également pu optimiser mes analyses Éléments Finis grâce à l'aide de Jean-Benoît Levesque. De plus, je tiens spécialement à remercier Carlo Baillargeon pour m'avoir partagé son expérience et surtout pour le temps qu'il m'a accordé lors de la réalisation de mes

expérimentations. Enfin, l'ambiance était toujours bonne en compagnie de Stéphane Godin, Laurent Tôt-Thât et Jacques Lanteigne.

Je tiens à remercier le personnel de l'ÉTS qui m'a aidé dans mon projet, plus particulièrement Hugo Landry, Alexandre Vigneault et Serge Plamondon, grâce à qui mon projet a pu passer du cadre théorique au cadre pratique. Enfin, je remercie Henri Champlaud pour ses précieuses informations sur les codes d'analyses par Éléments Finis.

Comme j'en ai l'occasion, je ne manquerai pas d'exprimer ma reconnaissance envers mon école d'origine et sa communauté : Arts et Métiers ParisTech et le centre de Cluny. L'enseignement que j'y ai reçu dépasse largement le cadre théorique et m'a fait réaliser que le seul frein aux projets personnels est le manque de volonté.

Finalement je tiens à exprimer ma reconnaissance envers ma famille et mes amis, sans qui mon environnement de travail aurait été largement altéré. Maman, tes colis remplis d'amour, et surtout de gastronomie française, m'ont toujours aidé à garder le moral, et le ventre plein.

# MÉTHODE DE DÉTERMINATION DES INCERTITUDES DE MESURES PAR JAUGES DE DÉFORMATION

JÉRÉMY ARPIN-PONT

## RÉSUMÉ

Cette recherche a pour but d'estimer les incertitudes de mesures de déformations obtenues avec des jauges de déformation. Une Méthode Numérique d'Évaluation des Incertitudes de Mesure (MNEIM) est proposée et permet d'estimer une étendue des déformations dans laquelle les mesures doivent se situer statistiquement, en prenant en compte les erreurs et incertitudes de mesures engendrées par les caractéristiques technologiques de la jauge et son positionnement. Pour cela, la MNEIM se base sur les champs de déplacements obtenus par analyses Éléments Finis (ÉF) de la pièce étudiée. Par la suite, cette méthode a été validée par des mesures expérimentales réalisées sur des éprouvettes soumises à des contraintes de traction-compression. La corrélation entre les déformations mesurées et les déformations estimées par la MNEIM a permis sa validation. Enfin, la MNEIM a été appliquée à une structure complexe : une roue de turbine hydraulique de type Francis, sur laquelle des mesures ont été réalisées *in situ*. Les déformations obtenues par la MNEIM sont alors comparées aux mesures expérimentales *in situ* et aux déformations des modèles ÉF. La méthode peut être utilisée pour valider – ou non – les modèles ÉF.

Les incertitudes de mesure dépendent principalement des caractéristiques dimensionnelles de la jauge et des champs de déplacements à proximité de son emplacement; l'évaluation des erreurs et incertitudes de positionnement est également influente. Les mesures par jauges de déformation possèdent un grand nombre de sources d'incertitudes et seulement les plus importantes sont étudiées ici. Les autres sont considérées comme contrôlées ou négligeables.

La MNEIM peut être appliquée à tout type de structure mécanique. Cependant, elle utilise les résultats d'analyses ÉF et il est essentiel de réaliser que cette dernière possède également ses propres incertitudes. Dans le but d'approfondir la recherche, il serait intéressant d'étudier les incertitudes de la méthode des ÉF afin de les prendre en compte. Il serait également possible d'étudier d'autres sources d'incertitudes de mesures (haute pression, surfaces courbées, etc.) et de les incorporer dans la MNEIM. Enfin, la méthode proposée pourrait être adaptée à d'autres types de capteurs expérimentaux.

**Mots-clés** : incertitudes, jauge de déformation, éléments finis, mesures expérimentales.





# **A METHOD FOR THE DETERMINATION OF MEASUREMENT UNCERTAINTIES WITH STRAIN GAUGES**

JÉRÉMY ARPIN-PONT

## **ABSTRACT**

The purpose of this research is the estimation of the measurement uncertainties obtained with strain gauges. A numerical method is proposed and allows the estimation of a strain range in which experimental measures should statistically take place, taking in account measurement errors and uncertainties caused by the technological characteristics of the gauge and its location. To this end, the proposed method is based on displacement fields obtained by Finite Element (FE) analyses of the studied part. Then, this method is validated by experimental measurements performed on specimens loaded in tensile-compression. The correlation between the measured strains and the strains estimated by our method permits its validation. Finally, the method is applied to a complex structure: a Francis hydraulic turbine runner, on which *in situ* measurements were made. Strains obtained by the proposed method are compared with the experimental measures and the strains estimated by FE analyzes. The method can be used to validate – or not – the FE models.

Measurement uncertainties depend mainly on the dimensions of the gauge and on the displacement fields in its neighborhood; the evaluation of the errors and uncertainties in positioning is also pertinent. Strain gauge measurements have a large number of uncertainty sources and only the most influential are studied here. The others are considered as controlled or negligible.

The proposed method can be applied to any type of mechanical structure. However, it uses the results from FE analyses and it is essential to realize that they also have their own uncertainties. For further researches, it could be interesting to study the uncertainties of the FE method in order to take them into account in the proposed method. Also, it could be possible to study and integrate other measurement uncertainty sources (high pressure, curved surface, etc.) in the proposed method. Finally the method could be adapted to other experimental sensors.

**Keywords:** uncertainty, strain gauge, finite elements, experimental measures.



## TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1    REVUE DE LITTÉRATURE .....	5
1.1    Problématique .....	5
1.2    Incertitudes de mesures .....	6
1.2.1    Fonction de mesure .....	7
1.2.2    Erreur de mesure .....	7
1.2.3    Incertitude et loi de propagation des incertitudes .....	8
1.3    Fonctionnement des jauges de déformation .....	10
1.3.1    Principe de fonctionnement .....	10
1.3.2    Caractéristiques des jauges de déformation .....	14
1.3.3    Utilisation de la jauge .....	16
1.4    Incertitudes des mesures par jauges de déformation .....	18
1.4.1    Incertitudes dues à l'utilisateur : positionnement et alignement de la jauge .....	19
1.4.2    Incertitudes dues à la technologie de la jauge et au système de mesure ...	21
1.4.2.1    Instrument de mesure .....	21
1.4.2.2    Hystérésis de la jauge et décalages aux conditions de calibration .....	22
1.4.2.3    Non linéarité du pont de Wheatstone .....	23
1.4.2.4    Température .....	24
1.4.2.5    Sensibilité transversale .....	25
1.4.2.6    Effet d'intégration .....	26
1.4.2.7    Comportement des jauges soudées .....	27
1.5    Méthode des Éléments Finis .....	28
1.5.1    Présentation générale .....	28
1.5.2    Plaque rectangulaire bilinéaire avec déplacements imposés .....	29
1.5.3    Incertitudes de la méthode ÉF .....	32
1.5.4    Portée de la méthode des Éléments Finis .....	34
1.5.5    Conclusion de la revue de littérature .....	34
CHAPITRE 2    MÉTHODE NUMÉRIQUE D'ÉVALUATION DES INCERTITUDES DE MESURE .....	37
2.1    Introduction .....	37
2.2    Présentation de la méthode .....	37
2.3    Données nécessaires à l'application de la MNEIM .....	39
2.4    Étape 1 : Création d'une jauge virtuelle .....	40
2.5    Étape 2 : Évaluation du champ de déplacements sous la jauge .....	41
2.5.1    Jauge collée .....	41
2.5.2    Jauge soudée .....	42
2.6    Étape 3 : Détermination de la déformation mesurée par la jauge virtuelle .....	45
2.6.1    Déformation longitudinale .....	45
2.6.2    Déformation transversale .....	47

2.6.3	Déformation mesurée par la jauge .....	48
2.7	Étape 4 : Boucle de simulations Monte Carlo .....	49
2.8	Résultat obtenu et comparaison des déformations de chaque méthode .....	51
2.9	Hypothèses et limites de la MNEIM .....	52
CHAPITRE 3 VALIDATION EXPERIMENTALE .....		53
3.1	Introduction .....	53
3.2	Méthode expérimentale .....	53
3.2.1	Éprouvettes utilisées .....	53
3.2.1.1	Éprouvettes rectangulaires .....	54
3.2.1.2	Éprouvettes à encoches .....	55
3.2.2	Jauges de déformation .....	56
3.2.2.1	Rosettes .....	57
3.2.2.2	Jauges soudées uniaxiales .....	58
3.2.3	Matériel utilisé et conditions expérimentales .....	59
3.2.4	Chargements des éprouvettes .....	61
3.3	Détermination analytique des déformations .....	62
3.3.1	Calcul analytique de la déformation des éprouvettes rectangulaires .....	62
3.3.2	Incertitudes des déformations analytiques des éprouvettes rectangulaires .....	63
3.4	Analyse ÉF des éprouvettes .....	64
3.4.1	Condition et résultats des analyses ÉF .....	64
3.4.2	Incertitudes sur les déformations ÉF .....	67
3.4.2.1	Éprouvettes rectangulaires .....	67
3.4.2.2	Éprouvettes à encoches .....	68
3.5	Application de la MNEIM à la validation expérimentale .....	69
3.5.1	Conditions de l'application .....	69
3.5.2	Incertitudes des déformations déterminées par la MNEIM .....	72
3.5.3	Résultats de la MNEIM appliquée sur les éprouvettes .....	73
3.6	Déformations mesurées et incertitudes associées .....	74
3.7	Résumé des résultats de la validation expérimentale de la MNEIM .....	76
3.8	Conclusion .....	80
CHAPITRE 4 APPLICATION DE LA MÉTHODE À UNE ROUE DE TURBINE HYDRAULIQUE .....		81
4.1	Introduction .....	81
4.2	Roue de turbine étudiée .....	81
4.3	Analyse ÉF de la turbine .....	82
4.4	Mesures expérimentales .....	82
4.4.1	Conditions expérimentales .....	82
4.4.2	Déformations mesurées .....	84
4.5	Application de la MNEIM à la roue .....	85
4.5.1	Détermination des lois de distribution aléatoire pour la génération des erreurs de positionnement des jauges .....	85
4.5.2	Détermination du nombre d'éléments de la plaque porteuse .....	89
4.5.3	Détermination du nombre d'itérations Monte Carlo .....	90

4.5.4	Résultats de l'application sur la roue de turbine .....	91
4.6	Limites de l'application sur la roue de turbine .....	92
4.7	Conclusions sur l'application à la turbine .....	93
CHAPITRE 5	INTERPRÉTATION ET DISCUSSION DES RÉSULTATS .....	97
5.1	Introduction .....	97
5.2	Influence du gradient du champ de déformations .....	97
5.3	Influence des caractéristiques de la jauge .....	100
5.3.1	Influence des dimensions de la grille de la jauge .....	100
5.3.2	Influence du modèle de soudage, des dimensions de la plaque porteuse et de la position de la jauge pour le cas des jauges soudées .....	102
5.4	Influence des lois de distribution des erreurs de positionnement sur la distribution des déformations .....	106
5.5	Limites du modèle ÉF de la plaque porteuse .....	108
5.6	Conclusion sur l'interprétation des résultats .....	109
5.7	Discussion .....	110
CONCLUSION	.....	113
RECOMMANDATIONS	.....	117
ANNEXE I	FICHE SIGNALÉTIQUE DE LA JAUGE WK-06-060-WR-350 .....	123
ANNEXE II	FICHE SIGNALÉTIQUE DES JAUGES CEA-06-W250A-350 ET LWK-06-W250B-350 .....	125
BIBLIOGRAPHIE	.....	126



## LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau 2.1	Hypothèses de la MNEIM .....	52
Tableau 3.1	Dimensions des sections des éprouvettes .....	55
Tableau 3.2	Propriétés mécaniques et incertitudes expansées du matériau des éprouvettes. ....	55
Tableau 3.3	Caractéristiques des rosettes utilisées .....	57
Tableau 3.4	Caractéristiques nominales des jauges soudées expérimentales .....	59
Tableau 3.5	Répartition des jauges sur les éprouvettes expérimentales .....	61
Tableau 3.6	Détermination des incertitudes des déformations analytiques.....	64
Tableau 3.7	Déformations longitudinales $\varepsilon_a$ obtenues avec la méthode analytique.....	64
Tableau 3.8	Déformations ÉF $\varepsilon_{EF}$ aux nœuds cibles pour les éprouvettes expérimentales .....	66
Tableau 3.9	Déformations ÉF $\varepsilon_{EF}$ et incertitudes des éprouvettes à encoches .....	68
Tableau 3.10	Positions des jauges sur les éprouvettes.....	70
Tableau 3.11	Dimensions des jauges soudées mesurées et utilisées dans le modèle numérique de la MNEIM .....	71
Tableau 3.12	Déformations et incertitudes expansées corrigées évaluées par la MNEIM sur les éprouvettes .....	73
Tableau 3.13	Détermination des paramètres et de leurs incertitudes utilisés pour corriger les mesures expérimentales .....	74
Tableau 3.14	Déformation longitudinales mesurées expérimentalement – valeurs corrigées et incertitudes expansées – ( $\mu\varepsilon$ ).....	76
Tableau 4.1	Caractéristiques nominales des jauges HBW-35-250-6-UP utilisées sur la roue.....	83
Tableau 4.2	Déformations relatives mesurées sur la turbine hydraulique .....	84
Tableau 4.3	Résultats des biais de l'analyse R&R.....	87

Tableau 4.4	Paramètres des lois de distribution des erreurs de positionnement.....	88
Tableau 4.5	Paramètres utilisés pour l'application de la MNEIM sur la roue .....	91
Tableau 4.6	Résumé des résultats de l'application de la MNEIM sur la roue.....	92
Tableau 5.1	Influence des dimensions de jauge sur les déformations ( $\mu\epsilon$ ) .....	102
Tableau 5.2	Influence des lois de distributions des erreurs de positionnement sur la distribution des déformations obtenue par la MNEIM .....	107



## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Jauge de déformation uniaxiale .....10
Figure 1.2	Caractéristiques dimensionnelles d'une jauge.....15
Figure 1.3	Rosette triple superposées à 45° .....15
Figure 1.4	Jauge soudée .....16
Figure 1.5	Pont de Wheatstone Montage en quart de pont .....17
Figure 1.6	Erreur angulaire .....20
Figure 1.7	Hystérésis mécanique d'une jauge de déformation .....22
Figure 1.8	Effet du décalage de la mesure aux conditions de calibration .....23
Figure 1.9	Erreur d'intégration .....26
Figure 1.10	Modèle ÉF d'une plaque rectangulaire maillée avec des éléments Q4 .....29
Figure 2.1	Paramètres des simulations Monte Carlo.....38
Figure 2.2	Définition des repères <i>RG</i> et <i>RC</i> .....40
Figure 2.3	Positionnement de la jauge virtuelle .....41
Figure 2.4	Modèles de soudage pour les jauges soudées Modèle 'O' à gauche et 'U' à droite .....44
Figure 2.5	Illustration des dimensions du modèle ÉF de la plaque porteuse pour une jauge soudée avec un modèle de soudage en 'O' .....44
Figure 2.6	Détermination des déformations de chaque ligne de grille de la jauge virtuelle .....46
Figure 2.7	Détermination de la déformation transversale de la jauge virtuelle .....47
Figure 2.8	Méthode Numérique d'Évaluation des Incertitudes de Mesure (MNEIM) .....50
Figure 2.9	Répartition des incertitudes des jauges de déformations .....51
Figure 3.1	Plan des éprouvettes rectangulaires montées (norme ASME Y14.5) .....54

Figure 3.2	Plan des éprouvettes à encoches montées (norme ASME Y14.5).....	56
Figure 3.3	Jauges soudées utilisées pour les expérimentations.....	58
Figure 3.4	Montage expérimental .....	60
Figure 3.5	Cycles de chargements imposés sur les éprouvettes expérimentales.....	62
Figure 3.6	Maillage ÉF des éprouvettes expérimentales.....	65
Figure 3.7	Champs de déplacements des éprouvettes déterminés par analyses ÉF ....	67
Figure 3.8	Mesure de la position des jauges sur les éprouvettes.....	70
Figure 3.9	Résultats de la validation expérimentale.....	77
Figure 3.10	Corrélations entre les déformations mesurées et les déformations simulées.....	79
Figure 4.1	Roue de turbine hydraulique de type Francis .....	82
Figure 4.2	Emplacements des jauges de déformation sur les aubes.....	83
Figure 4.3	Dimensions nominales (en mm) des jauges expérimentales.....	84
Figure 4.4	Résultats de l'analyse R&R pour l'estimation des lois de distribution aléatoires des erreurs de positionnement .....	86
Figure 4.5	Détermination du nombre d'éléments pour l'analyse ÉF des plaques porteuses des jauges soudées .....	89
Figure 4.6	Détermination du nombre de simulations Monte Carlo, site de jauge 4....	90
Figure 4.7	Résultats de l'application de la MNEIM sur la roue .....	92
Figure 5.1	Étude de l'influence du gradient de déformation sur quatre jauges standards .....	98
Figure 5.2	Influence du gradient des déformations longitudinales sur l'erreur de mesure de jauges standards.....	99
Figure 5.3	Influence des dimensions de la jauge sur la déformation obtenue par la MNEIM sur l'éprouvette 4e .....	101
Figure 5.4	Influence des dimensions de la plaque porteuse et du modèle de soudage sur les champs de déplacements .....	105
Figure 5.5	Influence des lois de distributions des erreurs de positionnement.....	107

Figure 5.6	Projection de la plaque porteuse sur la surface de la pièce.....	109
Figure 5.7	Influence des erreurs de mesures expérimentales sur le phénomène de fatigue (jauges soudées) .....	112



## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$A$ %	Allongement maximal à la rupture
$a_{ps}$	Décalage entre le centre de la plaque porteuse et le centre de la jauge
$\mathbf{B}_{e_i}$	Matrice d'interpolation de l'élément $i$
$C$	Constante de Bridgman
$\mathbf{C}_{e_i}$	Matrice d'amortissement de l'élément $i$
$C_T$	Coefficient de variation du facteur de jauge avec la température
$^{\circ}C$	Degrés Celsius
$d_0$	Largeur de grille de la jauge
$d_f$	Largeur de la ligne tangentielle après utilisation de la jauge
$d_{ps}$	Largeur de la plaque porteuse
$d_{zs}$	Largeur de la zone soudée
$\mathbf{D}_c$	Vecteur des déplacements connus
$\mathbf{D}_{inc}$	Vecteur des déplacements inconnus
$e_{ep}$	Épaisseur de l'éprouvette à l'emplacement de la jauge
$e_{ps}$	Épaisseur de la plaque porteuse
$E$	Erreur de mesure
$E$	Module de Young
$E_a$	Erreur aléatoire de l'erreur de mesure
$E_{AL}$	Erreur sur la mesure engendrée par l'erreur d'alignement
$E_{NL}$	Erreur sur la mesure engendrée par la non linéarité du pont de Wheatstone
$E_s$	Erreur systématique de l'erreur de mesure
$E_{ST}$	Erreur sur la mesure engendrée par la sensibilité transversale de la jauge
$E_{ST,l}$	Erreur sur la mesure engendrée par la sensibilité transversale pour une jauge longitudinale de rosette à $90^{\circ}$
$E_{ST,t}$	Erreur sur la mesure engendrée par la sensibilité transversale pour une jauge transversale de rosette à $90^{\circ}$
$E_T$	Erreur sur la mesure engendrée par la variation de température
$F$	Force appliquée sur la structure
$F_l$	Facteur de jauge longitudinal
$F_t$	Facteur de jauge transversal
$HRC$	Dureté Rockwell, échelle C
$k$	Facteur multiplicateur de l'incertitude standard
$\mathbf{k}_{e_i}$	Matrice de rigidité de l'élément $i$
$kN$	Kilo Newton
$K$	Facteur de jauge
$\mathbf{K}$	Matrice de rigidité globale
$K_I$	Facteur de jauge utilisée sur l'instrument de mesure
$K_t$	Sensibilité transversale de la jauge
$l$	Longueur de fil totale d'une jauge de déformation
$l_0$	Longueur de la grille de la jauge
$l_{t,i}$	Longueur de la ligne de grille $i$ après utilisation de la jauge

$l_{ps}$	Longueur de la plaque porteuse
$L_{ep}$	Largeur de l'éprouvette à l'emplacement de la jauge
$mm$	Millimètres ( $10^{-3}$ mètre)
$mV$	Millivolts ( $10^{-3}$ Volt)
$MPa$	Méga Pascal ( $10^6$ Pascal)
$n$	Nombre de lignes sur la grille de la jauge
$N$	Nombre de grandeurs d'influences
$\mathbf{P}$	Matrice de passage entre le repère G et le repère R
$r$	Rayon de la section du fil d'une jauge de déformation
$R$	Résistance nominale d'une jauge de déformation
$\bar{R}$	Droite de régression moyenne
$Re$	Limite d'écoulement du matériau
$R_C$	Repère associé à la position cible de la jauge
$R_G$	Repère global du modèle ÉF de la structure
$R_i$	Résistances utilisées dans le pont de Wheatstone
$R_{JV}$	Repère associé à la position réelle de la jauge virtuelle
$Rm$	Résistance à la traction
$s$	Section du fil d'une jauge de déformation
$S$	Surface de l'éprouvette
$T$	Température moyenne lors du test
$T_f$	Température à laquelle le fabricant a déterminé le facteur de jauge
$T_0$	Température à la calibration de la jauge
$u(y)$	Incertitude sur la valeur estimée $y$
$U(Y)$	Incertitude expansée du mesurande $Y$
$u_i^2$	Variance de l'incertitude $i$
$u(x_i, x_j)$	Covariance des grandeurs d'influences $i$ et $j$
$\vec{U}_{Gl}$	Vecteur déplacement au point $i$ dans le repère G
$\vec{U}_{Rl}$	Vecteur déplacement au point $i$ dans le repère R
$v_i$	Nombre de degrés de libertés de l'incertitude $i$
$V$	Volume du fil de la jauge
$V_c$	Tension de sortie lors de la calibration du pont de Wheatstone
$V_c$	Valeur conventionnellement vraie du mesurande
$V_m$	Valeur mesurée
$\bar{V}_s$	Tension de sortie moyenne du pont de Wheatstone
$\vec{X}_C$	Axe longitudinal cible de la jauge
$\vec{X}_G$	Axe X du repère global du modèle ÉF de la structure
$\vec{X}_{JV}$	Axe longitudinal de la jauge virtuelle
$\vec{Y}_C$	Axe transversal cible de la jauge
$\vec{Y}_G$	Axe Y du repère global du modèle ÉF de la structure
$\vec{Y}_{JV}$	Axe transversal de la jauge virtuelle
$\vec{Z}_C$	Axe normal cible de la jauge

$\vec{Z}_G$	Axe Z du repère global du modèle ÉF de la structure
$\vec{Z}_{JV}$	Axe normal de la jauge virtuelle
$x_i$	Grandeurs d'influence de la valeur estimée
$y$	Valeur estimée par la fonction de mesure pour le mesurande Y
$Y$	Mesurande

### Symboles grecs

$\alpha_g$	Coefficients de dilatation thermique de la grille de la jauge
$\alpha_s$	Coefficients de dilatation thermique de la structure
$\beta$	Angle entre l'axe longitudinal de la jauge et l'axe cible de la jauge
$\beta_G$	Coefficient thermique du filament de la jauge
$\varepsilon_a$	Déformation déterminée analytiquement
$\varepsilon_c$	Déformation appliquée lors de la calibration de la jauge
$\varepsilon_l$	Déformation longitudinale
$\varepsilon_t$	Déformation transversale
$\hat{\varepsilon}$	Déformation mesurée par la jauge
$\hat{\varepsilon}_{c,max}$	Valeur de déformation maximale mesurée aux conditions de calibration
$\hat{\varepsilon}_{c,min}$	Valeur de déformation minimale mesurée aux conditions de calibration
$\hat{\varepsilon}_l$	Déformation longitudinale mesurée sous la jauge
$\varepsilon_{l,i}$	Déformation de la ligne $i$ de la jauge
$\widehat{\varepsilon}_{JV}$	Déformation totale estimée par la jauge virtuelle
$\overline{\varepsilon_{LJV}}$	Déformation longitudinale totale de la jauge virtuelle
$\varepsilon_{EF}$	Déformation déterminée par la méthode des ÉF
$\varepsilon_{MNEIM}$	Déformation déterminée par la MNEIM
$\varepsilon_{MNEIM}$	Déformation déterminée par la MNEIM et corrigée avec les incertitudes de la méthode ÉF
$\hat{\varepsilon}_t$	Déformation transversale mesurées sous la jauge
$\varepsilon_{Th,Tb}$	Déformation de la ligne tangentielle respectivement haute et basse de la jauge virtuelle
$\overline{\varepsilon_{TJV}}$	Déformation tangentielle totale de la jauge virtuelle
$\mu\varepsilon$	Microdéformation ( $10^{-6}$ mm/mm)
$\mu V$	Micro Volts ( $10^{-6}$ V)
$\nu$	Coefficient de Poisson de la structure
$\nu_0$	Coefficient de Poisson utilisé lors du calibrage de la jauge
$\rho$	Résistivité de la jauge
$\sigma$	Contrainte
$\sigma_{Profil}$	Écart-type des tolérances de profil des aubes de turbines hydrauliques
$\sigma_{R\&R}$	Écart-type des lois de distribution des erreurs de positionnement déterminées par analyse de Reproductibilité et Répétabilité.
$\sigma_{Total}$	Écart type des lois de distribution des erreurs de positionnement utilisé

	dans la MNEIM
$\varphi$	Angle entre l'axe cible et l'axe de la déformation principale maximale
$\Omega$	Ohms



## INTRODUCTION

La capacité des entreprises à prévoir et planifier des événements influents futurs est une des clés de leur pérennité et de leur productivité. Ainsi, l'optimisation de la gestion des matériels d'une entreprise passe par la connaissance de leurs opérations passées, mais surtout par une planification intelligente de leurs opérations futures. C'est dans ce contexte que s'inscrit l'amélioration des opérations de maintenance indispensables à l'ensemble des industries des domaines mécaniques et électriques. Les composants utilisés dans les différentes structures finissent souvent par user ou même briser. Il est alors rentable d'optimiser leur durée de vie, et au moment opportun, de les remplacer (ou de les réparer) avant qu'ils ne cèdent. Une des causes de dégradation des structures est le phénomène de rupture par fatigue. Ce phénomène est complexe à caractériser et nécessite la connaissance des nombreux facteurs qui l'influencent et qui sont propres à chaque cas particulier.

Le cas étudié ici est une roue de turbine hydroélectrique. Au Québec, le parc grandissant et vieillissant des turbines a justifié la mise en place d'une équipe de recherche dont le but est d'étudier le comportement en fatigue des turbines. L'ensemble des paramètres qui influencent le phénomène de fatigue sont répertoriés et étudiés par l'équipe. Ces paramètres incluent l'étude de l'état initial de la turbine et de ses défauts, le profil d'utilisation de la turbine (Szczota, 2012), l'état et la propagation des fissures dans la turbine et l'estimation des efforts subis par la turbine. Finalement, les résultats de chaque étude sont exploités afin de définir un modèle stochastique de caractérisation de la durée de vie en fatigue d'une turbine hydroélectrique (Gagnon *et al.*, 2012).

L'étude présentée dans ce mémoire se base sur la détermination *in situ* des efforts subis dans une structure mécanique à partir de son état de déformation. De nos jours, les déformations subies par les structures sont généralement estimées à l'aide de modèles analytiques et numériques. Pour des fins de validation, elles peuvent ensuite être mesurées directement par des méthodes expérimentales (par exemple : par jauges de déformation). Cependant, il est impossible de déterminer exactement les déformations réelles dans les structures, et des

différences apparaissent irrémédiablement entre les déformations estimées par les différentes méthodes. Ces différences s'expliquent par les incertitudes intrinsèques à chaque approche et par la justesse, toute relative, des hypothèses adoptées pour chacune des méthodes. Par conséquent, il est judicieux de pouvoir évaluer les amplitudes des erreurs et les incertitudes associées aux résultats de chaque méthode afin de pouvoir comparer et valider les déformations. Ainsi, les deux principales méthodes étudiées dans ce mémoire sont la méthode numérique des Éléments Finis (ÉF) et la méthode expérimentale des mesures par jauges de déformation. Ces dernières sont communes dans l'industrie et permettent d'ajuster (on parle dans ce cas de calibration) et de valider des modèles de calculs analytiques et numériques. Cependant, les erreurs et incertitudes associées aux mesures expérimentales doivent être évaluées.

Afin de quantifier les incertitudes de mesures, nous proposons ici une Méthode Numérique d'Évaluation des Incertitudes des Mesures (MNEIM) par jauges de déformation. Cette méthode utilise les champs de déplacements obtenus par la méthode des ÉF pour estimer les corrections à apporter ainsi que l'amplitude des incertitudes sur les déformations mesurées par des jauges. Ces corrections et incertitudes proviennent de plusieurs facteurs; ainsi, la MNEIM tiens compte de l'erreur d'intégration de la jauge, de sa sensibilité transversale, et de l'incertitude sur son positionnement spatial. Les corrections et incertitudes dues au comportement des jauges soudées sont également intégrées dans la MNEIM. L'approche retenue permet de déterminer, dans un sens statistique, une étendue de déformations prenant en compte les corrections et incertitudes de mesures et dans laquelle les mesures expérimentales devraient se confondre. D'autres sources d'erreurs et d'incertitudes sont également étudiées dans ce mémoire, comme l'effet de la température et l'incertitude propre à l'instrument de mesure; leur influence sur les mesures peut être évaluée directement sur les résultats expérimentaux. Les mesures expérimentales ainsi corrigées peuvent être comparées à l'étendue de déformations obtenue par la MNEIM pour finalement pouvoir valider les modèles numériques et les niveaux de déformation. La MNEIM peut être appliquée sur la plupart des structures mécaniques, cependant, l'analyse ÉF de la structure est indispensable.

Ce mémoire débute par la revue de littérature sur les incertitudes de mesures, le principe de fonctionnement des jauges de déformation et la méthode des ÉF. La MNEIM est ensuite présentée, ainsi que les hypothèses qui y sont associées. La troisième partie du mémoire traite de la validation expérimentale de cette méthode. Elle est appliquée au cas d'étude d'une roue de turbine hydraulique dans la quatrième partie. L'analyse des résultats, incluant des analyses sur l'influence des différents paramètres, forme la cinquième partie du mémoire. Enfin, la conclusion et les recommandations pour des futurs travaux de recherche complètent ce mémoire.



## **CHAPITRE 1**

### **REVUE DE LITTÉRATURE**

#### **1.1 Problématique**

Les structures mécaniques utilisées dans l'industrie sont soumises à des conditions d'utilisation complexes et souvent imprécises. Leurs chargements peuvent être caractérisés par leurs niveaux de déformations, essentiels aux calculs mécaniques de résistance des matériaux. Ces déformations sont estimées par différentes méthodes que l'on peut facilement classer en trois catégories : analytiques, numériques, et expérimentales. Naturellement, chaque méthode possède ses propres simplifications et hypothèses, ce qui entraîne généralement des biais et des incertitudes sur les déformations obtenues. Ainsi, les résultats d'études mécaniques comme la fatigue sont directement influencés par ces biais et incertitudes. L'industriel a donc intérêt à connaître ces paramètres, et à examiner leurs conséquences, par exemple, dans le modèle d'évaluation de la durée de vie en fatigue de ses structures.

Les deux méthodes de détermination des déformations les plus utilisées dans l'industrie sont la méthode numérique des Éléments Finis (ÉF) et la méthode expérimentale des mesures par jauges de déformation. Ces dernières sont fréquemment utilisées pour valider les résultats de la méthode des ÉF. Cependant, les déformations estimées par chacune de ces méthodes peuvent différer pour le même cas d'étude. Il est alors judicieux et nécessaire d'estimer les biais et incertitudes sur les résultats de chacune de ces méthodes pour pouvoir affirmer (ou infirmer) que les déformations estimées sont significativement identiques.

Les jauges de déformation sont des capteurs extensométriques utilisés depuis plus de 70 ans dans les domaines de la physique et de la mécanique. Leurs sources d'incertitudes ont déjà fait l'objet de nombreuses études et sont relativement bien connues. Des procédures ont été proposées pour quantifier l'influence de certaines de ces incertitudes sur les déformations mesurées. Cependant, l'influence d'autres sources d'incertitudes n'a pas encore pu être

quantifiée, car elle dépend de données difficiles, sinon impossibles, à obtenir expérimentalement. Ces données incluent notamment les champs de déplacements sur la surface des pièces. Ainsi, la problématique principale de cette recherche consiste à élaborer une méthode permettant d'évaluer les incertitudes de mesures par jauges de déformation, en prenant en compte les incertitudes connues, mais également en estimant les incertitudes encore non quantifiées dans la littérature. Pour cela, l'étude préalable des incertitudes de mesures et des jauges de déformation, mais aussi des méthodes employées comme celle des ÉF, est essentielle.

Ainsi, dans une première partie, la revue de littérature expose les généralités essentielles à la compréhension de l'analyse des incertitudes de mesures. Ensuite, le fonctionnement des jauges de déformation et leurs principales sources d'incertitudes de mesures sont présentés. Puis vient une analyse sommaire de la méthode numérique des ÉF, pour enfin terminer sur les incertitudes et limites de cette méthode.

## 1.2 Incertitudes de mesures

Le *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) (BIPM *et al.*, 2008a) définit clairement le concept de mesure et l'expression de son incertitude. Ce guide est largement utilisé dans le domaine scientifique et industriel, et sert de référence principale pour la détermination des incertitudes dans ce mémoire. D'après cette référence et selon le principe de base d'une mesure, la quantité physique exacte d'un mesurande, dite *valeur conventionnellement vraie*, ne peut être connue exactement. Ainsi, chaque mesure est inévitablement entachée d'une erreur et d'un doute, associés aux différents paramètres qui influencent le résultat. Néanmoins, il est possible de borner statistiquement la quantité physique mesurée afin d'obtenir une étendue dans laquelle se situe la valeur conventionnellement vraie, selon une probabilité et un niveau de confiance établi *a priori*. Augmenter la précision de la mesure consiste alors à réduire cette étendue. Ceci reste cependant complexe et est fonction des multiples paramètres qui influent le processus de la mesure.

### 1.2.1 Fonction de mesure

Toute quantité physique représentant un mesurande  $Y$  peut être modélisée mathématiquement par une fonction, explicite ou implicite, liant sa valeur estimée  $y$  aux différentes grandeurs d'influence  $x_i$  intervenant dans le processus de mesure. Cette fonction peut s'écrire suivant l'équation 1.1 (BIPM *et al.*, 2008a). Aussi, lorsqu'un instrument de mesure est capable de mesurer directement la quantité physique évaluée, la valeur estimée  $y$  est alors assimilée à la valeur mesurée; dans ce cas le terme de *mesure directe* est employé.

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1.1)$$

Les grandeurs d'influences  $x_i$  peuvent elles-mêmes être considérées comme des mesurandes et, ainsi, dépendre d'autres paramètres. Ces paramètres intègrent inévitablement des doutes sur leurs valeurs, qui se répercutent ensuite sur la valeur estimée  $y$ . On parle ainsi d'une propagation des incertitudes. Une des difficultés majeure réside dans la détermination de la fonction de mesure elle-même, mais également des valeurs des grandeurs d'influence et des doutes associés à chacune d'elles. La fonction de mesure est parfois difficile, voir impossible, à déterminer mathématiquement sous forme explicite. Elle peut alors être estimée par des simulations de Monte Carlo, où les grandeurs d'influence sont générées aléatoirement afin de déterminer une distribution *a posteriori* de la valeur estimée (BIPM *et al.*, 2008b).

### 1.2.2 Erreur de mesure

Il ne faut pas confondre erreur et incertitude de mesure. L'erreur de mesure  $E$  est l'écart entre la valeur mesurée  $V_m$  et la valeur conventionnellement vraie du mesurande  $V_c$ , déterminée par l'équation 1.2, tandis que l'incertitude de mesure est le doute associé à la mesure. L'erreur de mesure est conceptuelle et ne peut être déterminée, car la valeur conventionnellement vraie du mesurande reste inconnue. Elle est cependant considérée comme la somme d'une erreur aléatoire  $E_a$  et d'une erreur systématique  $E_s$ , voir équation 1.3. L'erreur aléatoire dépend de phénomènes aléatoires et non contrôlés se produisant lors de la mesure. Son espérance est

nulle et son amplitude peut être réduite en augmentant le nombre de mesures et en considérant, au lieu d'une mesure individuelle, la moyenne de plusieurs mesures. D'autre part, l'erreur systématique provient de phénomènes constants qui doivent être identifiés et quantifiés afin de corriger au mieux la valeur mesurée. Enfin, l'erreur systématique totale de la valeur estimée est la somme algébrique de l'ensemble des erreurs systématiques engendrées par les phénomènes influençant la mesure.

$$E = V_m - V_c \quad (1.2)$$

$$E = E_a + E_s \quad (1.3)$$

### 1.2.3 Incertitude et loi de propagation des incertitudes

Toute mesure d'une quantité physique devrait être accompagnée d'une quantité déterminée statistiquement qui indique le doute associé au résultat de cette mesure. Cette quantité est appelée incertitude et est donnée pour un certain intervalle statistique qui correspond à un niveau de probabilité établi *a priori* et généralement associé à la loi normale. Ainsi, les mesures peuvent être comparées entre elles à l'aide de tests d'hypothèses, mais également par rapport à des valeurs de références.

L'incertitude sur une valeur estimée dépend des incertitudes de l'ensemble des grandeurs d'influence qui entrent en compte dans sa détermination. L'incertitude d'une grandeur d'influence est généralement elle-même composée de nombreuses incertitudes dues à : l'environnement de la mesure, la méthode de mesure, l'équipement de la mesure, l'opérateur, etc. De plus, les paramètres qui déterminent les incertitudes peuvent être regroupés en deux catégories suivant leur méthode d'évaluation : A) la valeur du paramètre est estimée par des méthodes statistiques et à partir de données expérimentales; B) la valeur du paramètre est déterminée *a priori* par d'autres méthodes non statistiques. L'incertitude des paramètres de la catégorie A est caractérisée par leur variance  $u_i^2$  et le nombre de degrés de liberté  $\nu_i$  estimés à partir de séries observées, tandis que l'incertitude des paramètres de la catégorie B est caractérisée par une estimation de leur variance  $u_i^2$  à l'aide des données disponibles



(documents constructeurs, résultats d'étalonnage, environnement de la mesure, expérience, etc.). Enfin, les corrélations possibles entre les différents paramètres doivent aussi être prises en compte.

Concrètement, l'incertitude sur la valeur estimée  $u(y)$  correspond à l'écart-type de sa répartition statistique déterminée théoriquement pour un nombre infini de mesures. Elle peut être estimée en combinant les incertitudes de chacune de ses  $N$  grandeurs d'influence suivant la loi de propagation des incertitudes explicitée dans l'équation 1.4. Dans cette équation, chaque grandeur d'influence  $x_i$  pèse directement sur l'incertitude de la valeur estimée via son coefficient d'influence  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  et son incertitude standard totale  $u(x_i)$ . De plus, les corrélations entre les différents paramètres sont prises en comptes par l'estimation de la covariance  $u(x_i, x_j)$  entre les valeurs estimées  $x_i$  et  $x_j$ .

$$u(y) = \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

En pratique, il est souvent nécessaire d'exprimer l'incertitude comme un intervalle autour de la valeur estimée qui englobe une majeure partie de la distribution des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées au mesurande. L'incertitude est alors multipliée par un facteur  $k$  correspondant à une certaine largeur d'intervalle pour une loi de distribution donnée. L'intervalle ainsi obtenu est appelé incertitude élargie, et est donnée pour un certain niveau de confiance, voir équation 1.5.

$$U(Y) = ku(y) \quad (k = 1,96 \text{ à } 95 \% \text{ pour une loi de distribution normale}^1) \quad (1.5)$$

---

<sup>1</sup> Pour une loi de distribution normale, un intervalle de confiance de 95 % est représenté par la valeur  $k = 1,96$ . Pour des fins de simplifications, la valeur arrondie  $k = 2$  est utilisée dans ce mémoire. Elle représente un intervalle de confiance de 95,45 %.

Finalement, évaluer une incertitude de mesure peut dépendre de beaucoup de paramètres et il est nécessaire de construire des modèles d'évaluation des erreurs et des incertitudes. Cependant, cela peut s'avérer complexe et demande une bonne connaissance de l'ensemble du procédé de mesure (Van der Veen et Cox, 2003). Dans ce mémoire, ces méthodes sont appliquées aux mesures par jauges de déformation.

### 1.3 Fonctionnement des jauges de déformation

Les jauges de déformation, également appelés extensomètres à fils résistants, sont des capteurs inventés en 1938 par E. E. Simmons et A. C. Ruge (Stein, 1990). Utilisées dans tous les domaines de la mécanique, elles sont depuis un des moyens de mesure des déformations les plus utilisés (Window, 1992). Les jauges étudiées dans ce mémoire sont les jauges de déformation uniaxiales à trame pelliculaire.

#### 1.3.1 Principe de fonctionnement

Une jauge de déformation à trame pelliculaire est constituée d'un filament électrique disposé sur une matrice et dont la majeure partie de sa longueur est parallèle à l'axe longitudinal de la jauge (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990). Le filament électrique forme une grille de plusieurs lignes qui se comporte comme une résistance électrique, voir la figure 1.1. Durant la mesure, la jauge est alimentée par un courant électrique.

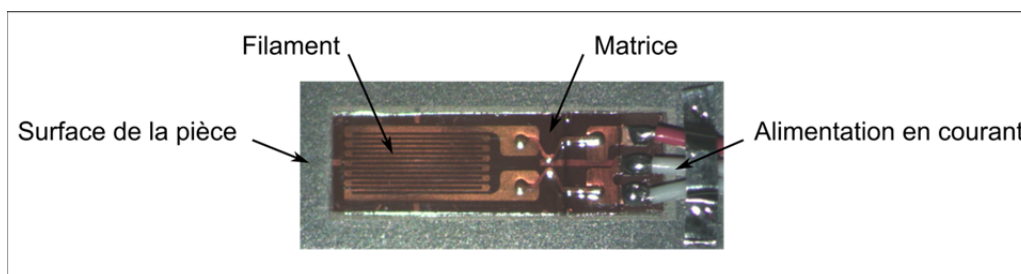


Figure 1.1 Jauge de déformation uniaxiale

La jauge est généralement collée à la surface de la structure. Lors de son utilisation, cette structure se déforme et entraîne une déformation similaire de la jauge. En conséquence, la résistance électrique du filament de la jauge est modifiée. Un système d'acquisition permet alors de quantifier cette variation afin de déterminer, par la suite, la déformation mécanique. La résistance d'une jauge composée d'un filament de longueur  $l$ , de section  $s$ , et constituée d'un matériau de résistivité  $\rho$ , est déterminée par l'équation 1.6 (Le Goër et Avril, 1992b).

$$R = \frac{\rho l}{s} \quad (1.6)$$

La variation de la résistance est provoquée par la variation simultanée des trois paramètres du filament lors de sa déformation. Ainsi, la différentielle totale de la résistance de la jauge donne l'équation 1.7 (Avril et Brûlé, 1984).

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{ds}{s} \quad (1.7)$$

De plus, en considérant le filament de section circulaire de rayon  $r$ , la section  $s$  du filament et sa différentielle  $ds$  sont déterminées par les équations 1.8 et 1.9.

$$s = \pi r^2 \quad (1.8)$$

$$ds = 2\pi r dr \quad (1.9)$$

En combinant ces deux équations, il est possible d'écrire :

$$\frac{ds}{s} = 2 \frac{dr}{r} \quad (1.10)$$

Par ailleurs, le filament est soumis à la déformation longitudinale  $\varepsilon_l$  et à la déformation transversale  $\varepsilon_t$  de la surface de la structure. Ces deux déformations sont exprimées

respectivement par les équations 1.11 et 1.12, et liées par l'équation 1.13, où  $\nu$  est le coefficient de Poisson du matériau sur lequel la jauge est collée.

$$\varepsilon_l = \frac{dl}{l} \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_t = \frac{dr}{r} \quad (1.12)$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \quad (1.13)$$

En combinant les équations 1.10 à 1.13, il est possible d'écrire :

$$\frac{ds}{s} = -2\nu \frac{dl}{l} \quad (1.14)$$

Soit, placé dans l'équation 1.7 :

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l}(1 + 2\nu) \quad (1.15)$$

De plus, la variation de résistivité  $\rho$  est proportionnelle à la variation de volume du fil et est fonction du matériau. D'où l'équation 1.16, où  $C$  est la constante de Bridgman du matériau.

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} = f(\text{matériau}) \quad (1.16)$$

Or, la variation du volume du fil peut s'exprimer par l'équation 1.17.

$$\frac{dV}{V} = \frac{dl}{l} + \frac{ds}{s} \quad (1.17)$$

Finalement, l'équation 1.7 devient :

$$\frac{dR}{R} = [(1 + 2\nu) + C(1 - 2\nu)] \frac{dl}{l} = K \varepsilon_l \quad (1.18)$$

Où  $K$  est le facteur de jauge, constante dépendante du matériau utilisé pour le filament (Window, 1992). Ce facteur de jauge est déterminé par les constructeurs lors de la calibration de la jauge. La jauge est alors alignée avec l'axe de la contrainte principale maximale, dans un champ de contrainte uniaxiale et sur un matériau avec un coefficient de Poisson  $\nu_0 = 0,285$ . Sous ces conditions uniquement, la variation de la résistance de la jauge n'est fonction que de la déformation longitudinale. Dans tous les autres cas, la déformation transversale influence la déformation mesurée (Vishay Micro-Measurements, 2011). En effet, elle fait varier le diamètre du filament, mais influe plus largement sur les boucles de raccordement présentes à chaque extrémité des lignes de grille. La variation de résistance de la jauge est donc provoquée par les déformations longitudinales et transversales de la pièce et peut être exprimée par l'équation 1.19 (Vishay Micro-Measurements, 2011).

$$\frac{dR}{R} = F_l \varepsilon_l + F_t \varepsilon_t \quad (1.19)$$

Avec  $F_l$  et  $F_t$  respectivement les facteurs de jauge longitudinal et transversal. Le rapport de ces deux coefficients, équation 1.20, correspond au coefficient de sensibilité transversal  $K_t$ , généralement fournit par les constructeurs de jauge.

$$K_t = \frac{F_t}{F_l} \quad (1.20)$$

Si nous nous plaçons aux conditions de calibration des jauges par les fournisseurs, le coefficient de Poisson vaut alors  $\nu_0 = 0,285$  et l'équation 1.19 devient :

$$\frac{dR}{R} = [F_l(1 - \nu_0 K_t)]\varepsilon_l \quad (1.21)$$

Les facteurs  $F_t$  et  $F_l$  peuvent finalement être exprimés en fonction des caractéristiques de la jauge par les équations 1.22 et 1.23 :

$$F_l = \frac{K}{1 - \nu_0 K_t} \quad (1.22)$$

$$F_t = K_t \frac{K}{1 - \nu_0 K_t} \quad (1.23)$$

Pour conclure, la variation de la résistance de la jauge dans des conditions hors calibration est déterminée par l'équation 1.24 :

$$\frac{dR}{R} = \frac{K}{1 - \nu_0 K_t} (\varepsilon_l + K_t \varepsilon_t) \quad (1.24)$$

### 1.3.2 Caractéristiques des jauges de déformation

Plusieurs technologies de jauges sont disponibles. Leurs dimensions varient de moins d'un demi-millimètre à plusieurs dizaines de millimètres en longueur et en largeur, et influencent significativement la mesure; elles doivent donc être adaptées aux applications (Vishay Micro-Measurements, 2010d). Les caractéristiques dimensionnelles d'une jauge de déformation sont présentées dans la figure 1.2. Habituellement, les fabricants spécifient les dimensions des jauges (matrice et grille active), leur facteur de jauge, coefficient de sensibilité transversale, résistance nominale et leurs incertitudes respectives.

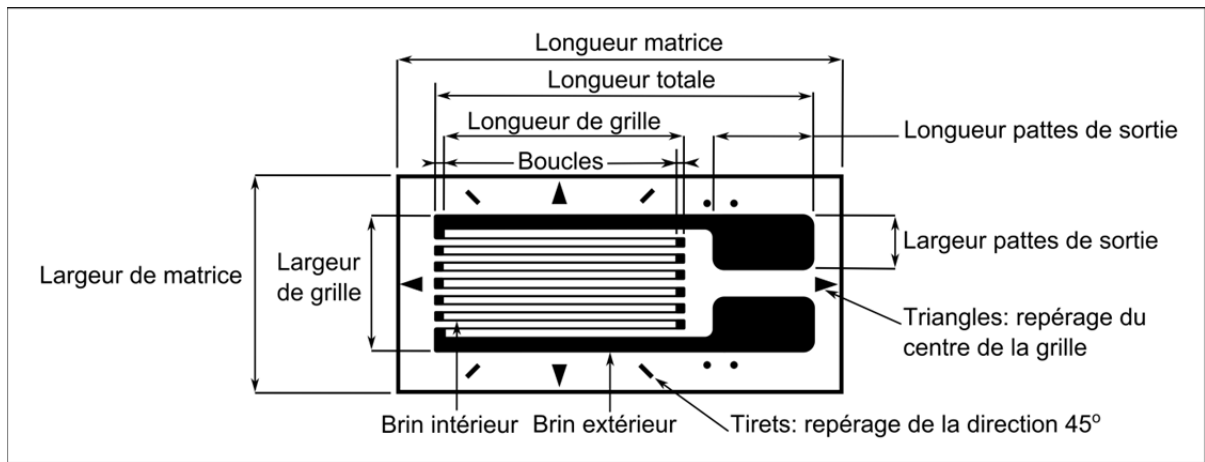


Figure 1.2 Caractéristiques dimensionnelles d'une jauge  
Tirée de Deschamps (1991, p. 4)

Les jauges uniaxiales permettent de déterminer la déformation dans l'axe longitudinal de la jauge seulement, contrairement aux rosettes qui permettent d'obtenir les déformations dans plusieurs directions. Ainsi, une rosette est constituée de plusieurs jauges de déformation uniaxiales désaxées d'un angle déterminé (généralement  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ou  $90^\circ$ ), tel que montré sur la figure 1.3. Ces jauges peuvent être juxtaposées ou superposées pour mesurer les déformations dans plusieurs directions et au même point.

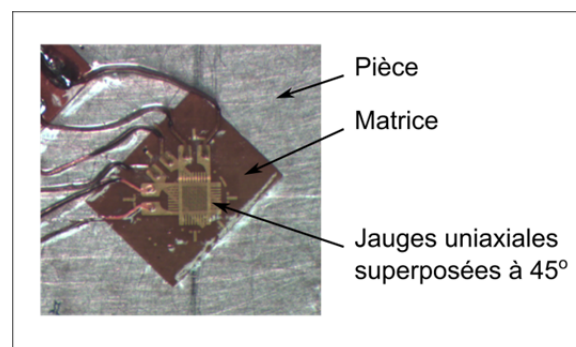


Figure 1.3 Rosette triple superposées à  $45^\circ$

Certaines applications nécessitent l'utilisation de jauges de déformation soudées uniaxiales. Elles sont composées d'une jauge de déformation collée sur une plaque porteuse en acier. Cette plaque est ensuite soudée par points sur son contour sur la surface de la pièce, tel

qu'illustré sur la figure 1.4. Ces jauges sont simples et rapides à poser, utilisables directement après leur pose et peuvent être soumises à des températures jusqu'à 290°C (Avril et Brûlé, 1984; Hoffman, 1989). De plus, elles sont plus robustes que les jauges collées, mais leur coût est plus élevé.

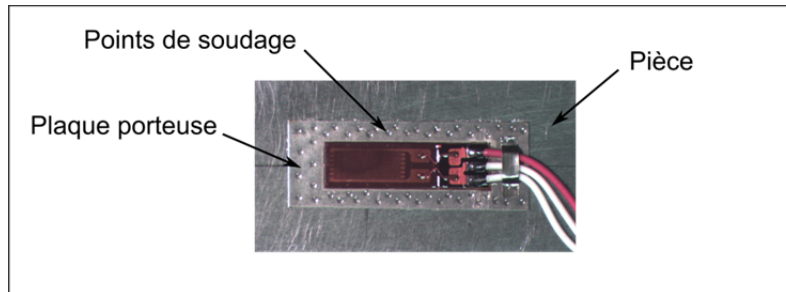


Figure 1.4 Jauge soudée

### 1.3.3 Utilisation de la jauge

Les jauges sont capables de mesurer les déformations seulement après avoir été posées correctement sur les structures (Hoffman, 1989). Le fournisseur Vishay Micro-Measurement® propose des procédures pour la pose expérimentale et l'utilisation des jauges (Vishay Micro-Measurements, 2005a; 2005b; 2010c). La pose est une étape importante qui influence la précision de la mesure, il est donc essentiel de bien respecter les instructions d'installation. La réalisation de cette opération dans un environnement contrôlé et par un opérateur qualifié permet d'obtenir des incertitudes de mesures de l'ordre de 2 % à 5 % de la valeur mesurée, tandis qu'une jauge posée dans un environnement hostile et par un opérateur peu expérimenté peut donner des incertitudes de mesure pouvant aller jusqu'à 30 % de la déformation mesurée (Perry, 1984; Window, 1992). La pose d'une jauge collée se fait en plusieurs étapes et demande de l'expérience (Hoffman, 1989). Les étapes importantes concernent essentiellement la préparation de la surface sur laquelle va être appliquée la jauge (Vishay Micro-Measurements, 2005a; 2009). Les jauges collées nécessitent d'ailleurs une meilleure préparation de surface que les jauges soudées. Finalement, la durée de vie des



jauges dépend de leurs conditions d'utilisation et de leur environnement, mais les jauges ne peuvent être enlevées sans être détruites.

Une fois que la jauge est posée, elle est branchée et alimentée dans un circuit électrique appelé pont de Wheatstone. Le montage le plus courant pour une jauge de déformation uniaxiale est dit en quart de pont et est représenté à la figure 1.5 (Le Goër et Avril, 1992a). Dans ce montage, trois résistances égales  $R_2, R_3, R_4$  sont branchées avec la jauge de déformation  $R_\epsilon$ . Une tension d'entrée constante  $V_e$  est appliquée au circuit électrique et engendre une tension de sortie  $V_s$  nulle lorsque  $R_\epsilon R_3 = R_2 R_4$ . Afin d'équilibrer le pont, le meilleur moyen est d'avoir toutes les résistances égales  $R_\epsilon = R_3 = R_2 = R_4$ . Après avoir équilibré et calibré le pont, la tension de sortie  $V_s$  varie non linéairement en fonction de la déformation mesurée par la jauge suivant la relation 1.25 (Vishay Micro-Measurements, 2010a). Cette variation est généralement faible et doit être mesurée par un instrument suffisamment précis (de l'ordre du  $\mu V$ ).

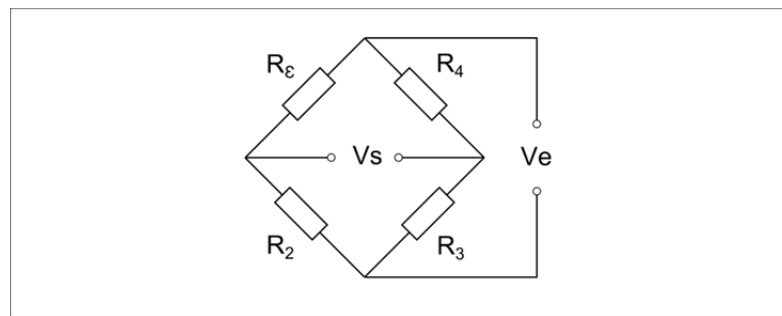


Figure 1.5 Pont de Wheatstone Montage en quart de pont  
Tirée de Le Goër et Avril (1992a, p. 7)

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{K\epsilon \cdot 10^{-3}}{4 + 2K\epsilon \cdot 10^{-6}} \quad (\text{en } mV \cdot V^{-1}) \quad (1.25)$$

La calibration de la jauge est réalisée avant le chargement de la structure. Aux conditions de calibration, le pont de Wheatstone doit être équilibré pour obtenir une tension de sortie correspondant à la déformation de calibration. Il existe alors deux principales méthodes de

calibration. La première consiste à déséquilibrer le pont pour simuler l'application d'une déformation de calibration connue. Cela peut se faire, entre autres, en faisant varier une des résistances du pont d'une valeur précise correspondant à la déformation de calibration et en ajustant les autres résistances du pont pour obtenir la déformation de calibration. La seconde méthode consiste à appliquer directement une déformation connue sur la jauge et d'ajuster le pont pour obtenir la tension de sortie  $V_s$  équivalente à cette déformation. Dans les deux cas, les incertitudes liées à la calibration des jauges doivent être déterminées (Pople et British Society of Strain Measurement, 1979; Window, 1992).

Certains matériels d'acquisitions intègrent directement le facteur de jauge lors de la mesure. Ils restituent alors la déformation mesurée par la jauge  $\hat{\varepsilon}$  en fonction de la tension de sortie moyenne  $\overline{V_s}$ , de la tension de sortie lors de la calibration  $V_c$ , de la déformation de calibration  $\varepsilon_c$  et du facteur de jauge  $K$  suivant la relation 1.26 (Montero *et al.*, 2011).

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\overline{V_s}}{V_c} * \varepsilon_c * \frac{2}{K} \quad (1.26)$$

La technologie de la jauge et son utilisation entraînent de nombreuses sources d'erreurs et d'incertitudes. Les plus influentes sont étudiées dans les sections suivantes.

#### 1.4 Incertitudes des mesures par jauges de déformation

De nombreux paramètres influencent les erreurs et incertitudes des mesures par jauges de déformation. Dans ses travaux, J. Pople (Pople, 1992) en a recensé plus de 70 et propose de les classer suivant quatre critères : (a) identifiables et évitables, (b) identifiables et compensables ou corrigeables, (c) identifiables, non corrigeables mais pris en compte dans l'incertitude totale pour le système de mesure, et (d) non identifiables mais espérés négligeables. Toutefois, les sources d'incertitudes étudiées dans ce mémoire sont répertoriées en deux catégories : les sources d'incertitudes dues à l'utilisateur, et celles intrinsèques à la

technologie de la jauge et aux conditions de mesure. Les sources d'incertitudes présentées ici sont celles considérées comme les plus influentes.

#### **1.4.1 Incertitudes dues à l'utilisateur : positionnement et alignement de la jauge**

Toujours selon J. Pople, la majorité des sources d'incertitudes peuvent être attribuées à l'utilisateur (Pople, 1984). Ainsi, le choix de la jauge et son positionnement font partis de ces sources d'incertitudes. Dans le cas du choix de la jauge, si les dimensions de la jauge ne sont pas adaptées, la mesure ne reflétera pas la déformation au centre de la jauge (voir la section 1.4.2.6). De plus, une jauge est généralement optimisée pour fonctionner sur un matériau particulier. Il faut donc optimiser le choix de la jauge avant les mesures. Dans un second temps, la pose de la jauge peut engendrer une erreur sur sa position spatiale par rapport à la position cible. Ainsi, le risque est d'assimiler la déformation mesurée à celle de la position cible, alors qu'elles peuvent être différentes. À notre connaissance, l'influence de l'erreur de positionnement est peu traitée dans la littérature car l'estimation de son erreur et de son incertitude sur la mesure nécessite la connaissance des champs de déplacements à la surface des pièces. Or, il existe peu de méthodes expérimentales permettant d'obtenir ces champs de déplacements. La MNEIM, développée dans la deuxième partie de ce mémoire, permet d'estimer l'influence de l'erreur et incertitude de positionnement sur la mesure.

Si l'influence de l'erreur de positionnement de la jauge est peu discutée dans la littérature, l'influence de l'orientation angulaire de la jauge  $\alpha$ , quant à elle, été largement déterminée et exploitée (Ajovalasit et Pitarresi, 2011; Horoschenkoff, Klein et Haase, 2006; Perry, 1969b; Vishay Micro-Measurements, 2007). Dans le cas d'une jauge uniaxiale soumise à un champ de déformation uniforme biaxial (traction simple), l'erreur sur la mesure engendrée par l'erreur d'orientation angulaire de la jauge dépend de trois paramètres : le ratio entre la déformation principale maximale et la déformation principale minimale, l'angle  $\varphi$  entre l'axe cible et l'axe de la déformation principale maximale, et l'angle  $\beta$  entre l'axe longitudinal de la jauge et l'axe cible pour la pose de la jauge, illustrés sur la figure 1.6.

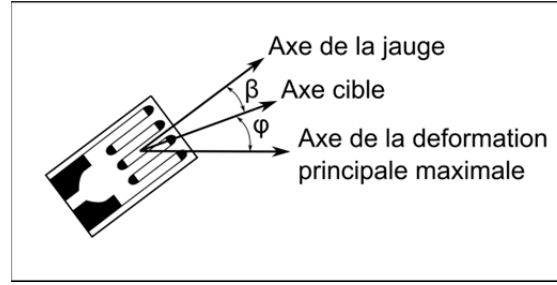


Figure 1.6 Erreur angulaire

Lorsque  $\varphi = 0^\circ$  ou  $90^\circ$ , l'erreur engendrée par le désalignement de la jauge est négligeable. Lorsque  $\varphi = 45^\circ$ , une faible variation de  $\beta$  entraîne une forte variation de la déformation mesurée, l'erreur d'alignement de la jauge devient alors non négligeable. L'erreur de mesure engendrée par l'erreur angulaire peut être exprimée par l'équation 1.27 (Montero *et al.*, 2011).

$$E_{AL} = \hat{\varepsilon}_l - \left[ \frac{\hat{\varepsilon}_l + \hat{\varepsilon}_t}{2} + \frac{\hat{\varepsilon}_l - \hat{\varepsilon}_t}{2 \cos(2(\varphi + \beta))} \cos(2\varphi) \right] \quad (1.27)$$

Dans cette équation,  $E_{AL}$  est l'erreur engendrée par l'erreur d'alignement sur la mesure tandis que  $\hat{\varepsilon}_l$  et  $\hat{\varepsilon}_t$  sont respectivement les déformations longitudinale et transversale mesurées sous la jauge. L'application de la loi de propagation des incertitudes de mesures entraîne une incertitude standard associée déterminée par l'équation 1.28 (Montero *et al.*, 2011; Van der Veen et Cox, 2003).

$$u^2(E_{AL}) = \left[ \frac{\partial E_{AL}}{\partial \hat{\varepsilon}_l} * u(\hat{\varepsilon}_l) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{AL}}{\partial \hat{\varepsilon}_t} * u(\hat{\varepsilon}_t) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{AL}}{\partial \beta} * u(\beta) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{AL}}{\partial \varphi} * u(\varphi) \right]^2 \quad (1.28)$$

Pour déterminer  $E_{AL}$  et son incertitude, il est nécessaire de connaître la déformation longitudinale et transversale sous la jauge. Or, seule une rosette peut déterminer expérimentalement ces deux déformations au même point de mesure. De plus, il faut être capable d'évaluer les angles  $\beta$  et  $\varphi$ , ce qui, en pratique, peut s'avérer complexe. La MNEIM

que nous avons développé permet d'évaluer l'erreur due à l'alignement angulaire, même pour des jauges soudées uniaxiales.

### 1.4.2 Incertitudes dues à la technologie de la jauge et au système de mesure

La technologie même de la jauge, le système de mesure, et les conditions expérimentales engendrent des biais et incertitudes sur la déformation mesurée. Certaines de ces incertitudes ont fait l'objet de plusieurs études tandis que d'autres sont encore difficiles à quantifier. Les incertitudes étudiées dans cette partie sont celles engendrées par : l'instrument de mesure, l'hystérésis et le décalage aux conditions initiales, la non linéarité du pont de Wheatstone, la température, la sensibilité transversale, l'effet d'intégration et le comportement des jauges soudées. Néanmoins, la connaissance de la déformation longitudinale et transversale est souvent requise pour évaluer les biais et incertitudes, et, comme mentionné précédemment, seules les rosettes peuvent déterminer ces deux paramètres expérimentalement.

#### 1.4.2.1 Instrument de mesure

Les déformations mesurées par les jauges sont déterminées par l'instrument de mesure via l'équation 1.26. Aussi, l'incertitude due à l'instrument de mesure est obtenue en appliquant la loi de propagation des incertitudes et est déterminée avec l'équation 1.29, où  $\hat{\varepsilon}$  est la déformation mesurée par la jauge,  $\overline{V_s}$  est la tension de sortie moyenne et  $u(\overline{V_s})$  est son incertitude,  $V_c$  est la tension à la calibration et  $u(V_c)$  est son incertitude. Les incertitudes  $u(\overline{V_s})$  et  $u(V_c)$  sont fonctions de la carte d'acquisition utilisée lors des mesures, et de son mode d'utilisation. L'incertitude de l'instrument de mesure est de grande importance car elle se répercute sur l'ensemble des autres incertitudes. En effet, la valeur de la déformation mesurée  $\hat{\varepsilon}$  est présente dans toutes les sources d'incertitudes (Montero *et al.*, 2011).

$$u^2(\hat{\varepsilon}) = \left[ \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \overline{V_s}} * u(\overline{V_s}) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \varepsilon_c} * u(\varepsilon_c) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial V_e} * u(V_e) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial K} * u(K) \right]^2 \quad (1.29)$$

#### 1.4.2.2 Hystérésis de la jauge et décalages aux conditions de calibration

L'hystérésis mécanique d'une jauge de déformation est la différence de mesure à l'origine lorsque la jauge est soumise à un cycle de traction-compression sous la même déformation absolue, comme illustré sur la figure 1.7. L'hystérésis dépend de beaucoup de paramètres et ne peut être généralisée pour l'ensemble des jauges. Elle est cependant réduite après plusieurs cycles de chargements et devient alors négligeable par rapport aux autres sources d'incertitudes. K. Hoffman a déterminé que l'augmentation de la longueur de la grille de jauge réduit l'hystérésis, mais également que l'hystérésis augmente avec l'augmentation de la charge appliquée sur la jauge (Hoffman, 1989).

De plus, la jauge est généralement calibrée à des conditions qui engendrent une déformation connue, avant la réalisation de la mesure. La structure est ensuite chargée et les mesures sont réalisées. Le retrait du chargement provoque naturellement le retour aux conditions de calibration, cependant, la déformation à ces conditions tend à se décaler avec le temps. Cela est dû à l'hystérésis et d'autres facteurs expérimentaux non contrôlables et il est souvent impossible de déterminer quand le décalage se produit.

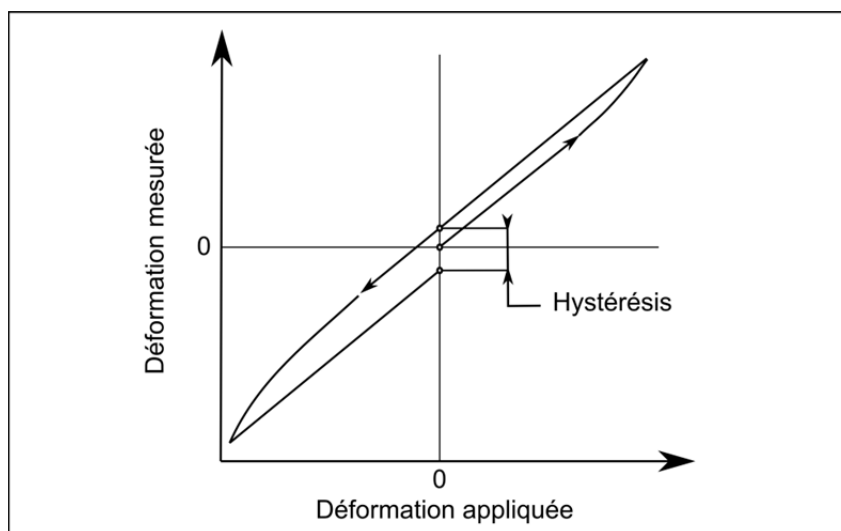


Figure 1.7 Hystérésis mécanique d'une jauge de déformation  
Tirée de Hoffman (1989, p. 87)

Nous avons estimé que les valeurs mesurées pouvaient être bornées par deux déformations qui prennent en compte le décalage aux conditions de calibration avant et après le test, tel qu'illustré sur la figure 1.8. Ainsi, l'équation 1.30 détermine les bornes de la valeur mesurée à partir des déformations minimale et maximale mesurées aux conditions de calibration, respectivement  $\hat{\epsilon}_{c,min}$  et  $\hat{\epsilon}_{c,max}$ . Nous admettons que la déformation mesurée est comprise entre ces bornes, avec un indice de confiance de 95 % et une loi de distribution uniforme.

$$\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}_{c,max} \leq \hat{\epsilon} \leq \hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}_{c,min} \quad (1.30)$$

Par exemple, si une jauge est calibrée à 0  $\mu\epsilon$  aux conditions initiales avant le test et que la déformation mesurée est de 1 000  $\mu\epsilon$  lorsque la pièce est chargée, mais que le retour aux conditions initiales après le test entraîne une déformation mesurée de 100  $\mu\epsilon$ , alors la déformation estimée est distribuée uniformément entre 900 et 1 000  $\mu\epsilon$ .

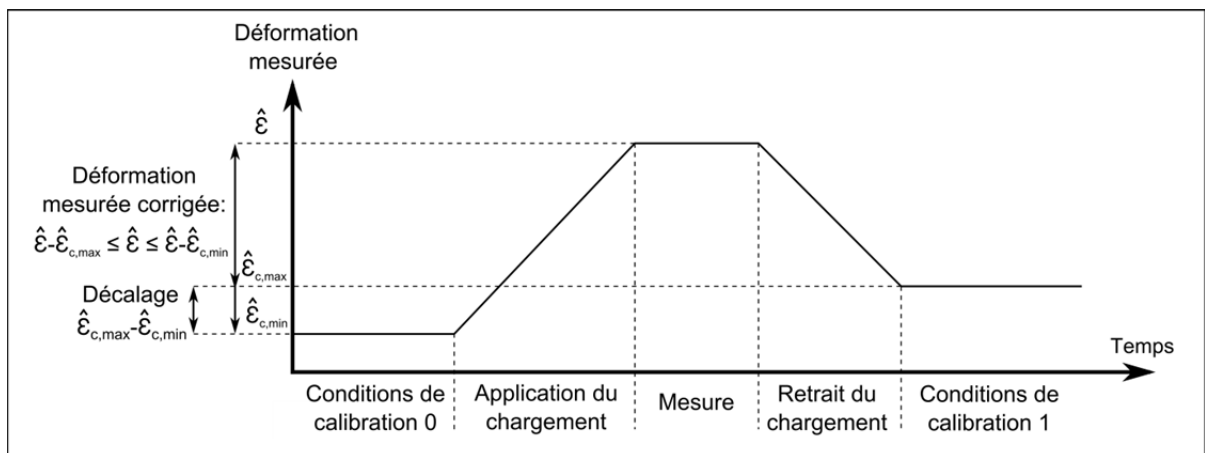


Figure 1.8 Effet du décalage de la mesure aux conditions de calibration

#### 1.4.2.3 Non linéarité du pont de Wheatstone

Dans la plupart des systèmes d'acquisitions, le pont de Wheatstone est déséquilibré lors de la mesure. Cela entraîne une non-linéarité de la fonction reliant la variation de la résistance de la jauge à la tension de sortie du pont de Wheatstone et engendre une erreur sur la déformation mesurée. Dans un montage en quart de pont, cette erreur est exprimée par

l'équation 1.31 et dépend de la déformation mesurée et du facteur de jauge (Montero *et al.*, 2011).

$$E_{NL} = \hat{\varepsilon} - \frac{2\hat{\varepsilon}}{2 - K\hat{\varepsilon}} \quad (1.31)$$

L'incertitude associée est alors déterminée par la loi de propagation des incertitudes et est exprimée par l'équation 1.32 (Montero *et al.*, 2011).

$$u^2(E_{NL}) = \left[ \frac{\partial E_{NL}}{\partial \hat{\varepsilon}} * u(\hat{\varepsilon}) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{NL}}{\partial K} * u(K) \right]^2 \quad (1.32)$$

#### 1.4.2.4 Température

Les jauges de déformation étant composées d'un filament métallique, le volume du fil ainsi que sa résistivité sont sensibles aux variations de température. Cette dernière influe sur les mesures de façon non linéaire et les fabricants fournissent généralement des équations semi-empiriques propres à chaque jauge pour la compensation de la température. Cependant, lorsque la température est proche de la température utilisée lors de la calibration de la jauge (généralement 24°C), son influence est négligeable. De plus, l'utilisation de jauges auto-compensées en température, optimisées pour un coefficient de dilatation thermique d'un matériau donné, permet de minimiser l'erreur due à la variation de température. Finalement, cette erreur peut être exprimée de façon générale par l'équation 1.33 (Montero *et al.*, 2011; Vishay Micro-Measurements, 2010e).

$$E_T = \hat{\varepsilon} - \frac{K_I \hat{\varepsilon} - \left[ \beta_G + \frac{K(1 + K_t)(\alpha_s - \alpha_g)}{1 - \nu_o * K_t} \right] (T - T_0)}{(K[1 + C_T(T - T_f)])} \quad (1.33)$$

Où  $K_I$  est le facteur de jauge utilisé sur l'instrument de mesure;  $\beta_G$  est le coefficient de dilatation thermique du filament de la jauge (en  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ );  $(\alpha_s - \alpha_g)$  est la différence entre les coefficients de dilatation de la structure et de la grille (en  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ );  $T$ ,  $T_0$  et  $T_f$  sont



respectivement la température moyenne lors du test, la température à la calibration de la jauge, et la température à laquelle le fabricant de la jauge a déterminé le facteur de jauge (en °C); et  $C_T$  est le coefficient de variation du facteur de jauge avec la température (en °C<sup>-1</sup>). Enfin, à  $T = T_0$ , l'incertitude associée à l'erreur due à la température est régie par l'équation 1.34 :

$$u^2(E_T) = \left[ \frac{\partial E_T}{\partial \hat{\epsilon}_i} * u(\hat{\epsilon}_i) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_T}{\partial K_l} * u(K_l) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_T}{\partial K} * u(K) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_T}{\partial C_T} * u(C_T) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_T}{\partial T} * u(T) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_T}{\partial T_f} * u(T_f) \right]^2 \quad (1.34)$$

#### 1.4.2.5 Sensibilité transversale

L'influence de la sensibilité transversale sur la déformation mesurée a été développée dans la section 1.3.1. Son erreur sur la mesure dépend directement de la déformation transversale et longitudinale, ainsi que du coefficient de sensibilité transversale de la jauge. Généralement, ce dernier ne dépasse pas 1 % (Hoffman, 1989). L'erreur engendrée est alors négligeable dans la plupart des cas, et n'intervient pas dans les calculs (Perry, 1969a). Cependant, lorsque la jauge est placée dans un champ de déformations biaxial où la déformation longitudinale est plus faible que la déformation transversale (souvent le cas pour une jauge sur deux dans les rosettes à 90°), cette erreur doit être prise en compte. Elle est déterminée par l'équation 1.35 et son incertitude est gérée par l'équation 1.36 (Vishay Micro-Measurements, 2011).

$$E_{ST} = \frac{K_t \left( \frac{\hat{\epsilon}_t}{\hat{\epsilon}_l} + \nu_0 \right)}{1 - \nu_0 * K_t} \quad (1.35)$$

$$u^2(E_{ST}) = \left[ \frac{\partial E_{ST}}{\partial \hat{\epsilon}_l} * u(\hat{\epsilon}_l) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{ST}}{\partial \hat{\epsilon}_t} * u(\hat{\epsilon}_t) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{ST}}{\partial \nu_0} * u(\nu_0) \right]^2 + \left[ \frac{\partial E_{ST}}{\partial K_t} * u(K_t) \right]^2 \quad (1.36)$$

#### 1.4.2.6 Effet d'intégration

La variation de la résistance électrique de la jauge est la moyenne des variations des résistances électriques de chacune des lignes longitudinales formées par le filament. En conséquence, une jauge de déformation mesure la moyenne des déformations de ses lignes, et non la déformation en son centre (Vishay Micro-Measurements, 2010d), tel qu'illustré sur la figure 1.9. Ce phénomène engendre une erreur appelée erreur d'intégration de la jauge. Sa détermination nécessite la connaissance du gradient des déformations longitudinales sous la grille de la jauge. Lorsque ce dernier est constant, l'erreur d'intégration n'a pas d'influence sur la mesure. Cependant, lorsqu'il est variable, l'erreur d'intégration peut être élevée.

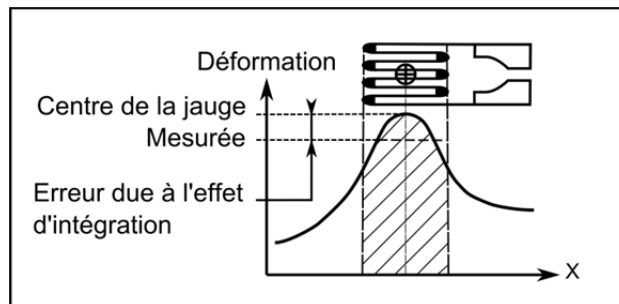


Figure 1.9 Erreur d'intégration  
Tirée de Vishay (2010c, p. 54)

L'erreur d'intégration d'une jauge collée a été étudiée par Gafitanu *et al.* (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990) et plus récemment par Younis et Kang (Younis et Kang, 2011). Ils ont déterminé plusieurs méthodes pour évaluer cette erreur. Parmi elles, la méthode d'intégration sur la longueur totale des lignes du filament (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990) nous semble la plus représentative du phénomène. Elle consiste d'abord à calculer la déformation de chaque ligne de la grille par une simple intégration de la déformation sur la longueur de la ligne, pour ensuite assimiler la mesure de la jauge à la moyenne des déformations de chaque ligne. Cette méthode est résumée par l'équation 1.37, où  $\varepsilon_{l,i}$  est la déformation de la ligne  $i$  et  $n$  est le nombre de lignes sur la grille. Cependant, il n'est pas possible expérimentalement de déterminer la déformation de chaque ligne de grille, et les

méthodes d'évaluation de l'erreur d'intégration ont été étudiées seulement sur des cas particuliers où les champs de déformations étaient connus analytiquement. La MNEIM proposée dans ce mémoire permet de généraliser la détermination de l'erreur d'intégration.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{l,i}}{n} \quad (1.37)$$

L'effet d'intégration peut générer une différence de l'ordre de 30 % entre la déformation mesurée par la jauge et la déformation en son centre, en fonction de ses dimensions et du champ de déformations sous sa grille. Plus les dimensions de la jauge sont petites et la variation du gradient des déformations longitudinales est faible, plus l'erreur due à l'effet d'intégration est négligeable. Enfin, le nombre de lignes de grille influence significativement l'erreur d'intégration de façon non linéaire. En effet, Gafitanu *et al.* ont, pour leur cas d'étude, obtenu une différence entre la déformation évaluée par la jauge et la déformation analytique de -62 % pour une seule ligne de grille à -31 % pour 30 lignes de grilles, mais avec un optimum à -23 % pour 12 lignes de grille (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990).

#### 1.4.2.7 Comportement des jauges soudées

Les jauges soudées possèdent une plaque porteuse en acier, soudée par points sur sa périphérie à la surface de la pièce. Par conséquent, les champs de déplacements de la plaque porteuse peuvent différer des champs de déplacements à la surface de la pièce. La jauge mesure en effet la déformation de la plaque porteuse et non la déformation de la surface de la pièce directement. Or, le mesurande est la déformation à la surface de la pièce. Il est donc nécessaire d'évaluer les erreurs et incertitudes de mesure liées à la présence de la plaque porteuse. Nous n'avons recensé aucune littérature étudiant ce phénomène. Seul le fournisseur de jauge Vishay Micro-Measurement® met en garde l'utilisateur sur le fait que le facteur de jauge fourni pour les jauges soudées ne tient pas compte de la plaque porteuse. Il préconise alors de diminuer le facteur de jauge de 5 à 10 % (Vishay Micro-Measurements, 2010b). Toujours selon ce fournisseur, la répétitivité des mesures ne semble pas être affectée. La

MNEIM développée dans ce mémoire propose une approche pour quantifier la différence entre la déformation mesurée sur la plaque porteuse et la déformation en surface de la pièce. Elle se base principalement sur la méthode des ÉF.

## **1.5 Méthode des Éléments Finis**

La méthode des ÉF est une méthode numérique utilisée pour simuler et solutionner les problèmes complexes. Cette méthode est apparue au milieu des années 1950 et les fortes puissances de calculs développées au cours des 30 dernières années ont favorisé son essor dans de nombreux domaines. Elle permet aujourd'hui de simuler la plupart des phénomènes physiques complexes. Le domaine d'application dans lequel elle s'insère à travers ce mémoire est la mécanique des structures. Une présentation très générale de la méthode commence cette section, puis un cas d'application simple sur une plaque rectangulaire est présenté. Ce cas est utilisé dans la méthode proposée d'évaluation des incertitudes de mesure. Finalement, l'analyse des incertitudes de la méthode des ÉF termine la revue de littérature.

### **1.5.1 Présentation générale**

La méthode numérique des ÉF permet de déterminer des solutions aux équations aux dérivées partielles représentant les comportements physiques. Dans notre cas, elle s'applique aux structures mécaniques. Elle remplace un système continu en un système discrétisé équivalent. Tout d'abord, le domaine étudié est discrétisé en un ensemble de sous-domaines appelés éléments et reliés par des conditions de continuité à leurs frontières. Ensuite, le domaine initial est perturbé en fonction de ses conditions d'utilisation. Ces perturbations se propagent à travers les éléments et des approximations de solutions aux comportements des structures sont enfin obtenues (Cook *et al.*, 2002; Dhatt, Touzot et Lefrançois, 2007).

En pratique, une structure mécanique dont on souhaite, par exemple, obtenir les déplacements lors de son chargement, est tout d'abord maillée en sous-volumes élémentaires. Les conditions initiales que sont les chargements, déplacements, températures et autres

phénomènes physiques, sont ensuite appliquées sur le modèle. Les déplacements se propagent à travers les éléments grâce à leurs conditions aux frontières et en fonction de leurs caractéristiques : rigidité, masse volumique, module d'élasticité, coefficient de Poisson, etc. Par la suite, l'utilisation de fonctions linéaires permet l'interpolation des déplacements à travers le modèle global. Ainsi, la configuration de la structure chargée est estimée. Finalement, la méthode des ÉF peut être exprimée sous forme intégrale ou matricielle. Cette dernière facilite généralement la programmation de la méthode. La méthode est explicitée dans la section suivante sur un cas particulier de plaque rectangulaire.

### 1.5.2 Plaque rectangulaire bilinéaire avec déplacements imposés

Lors de l'utilisation de la MNEIM, la plaque porteuse des jauges soudées est analysée par ÉF. Elle est alors maillée avec des éléments de plaque mince rectangulaires bilinéaires nommés Q4 par Cook *et al.* (Cook *et al.*, 2002). Ces éléments possèdent quatre nœuds et huit degrés de liberté. Ils n'admettent pas de fléchissement, mais ils sont simples à programmer et sont adaptés à l'étude réalisée (Cook *et al.*, 2002). La figure 1.10 représente une plaque porteuse maillée avec quatre éléments Q4, de dimensions  $2a$  en largeur et  $2b$  en longueur. Grace à la méthode des ÉF, le champ de déplacements de la plaque porteuse peut être estimé en fonction des déplacements imposés aux nœuds sur sa périphérie.

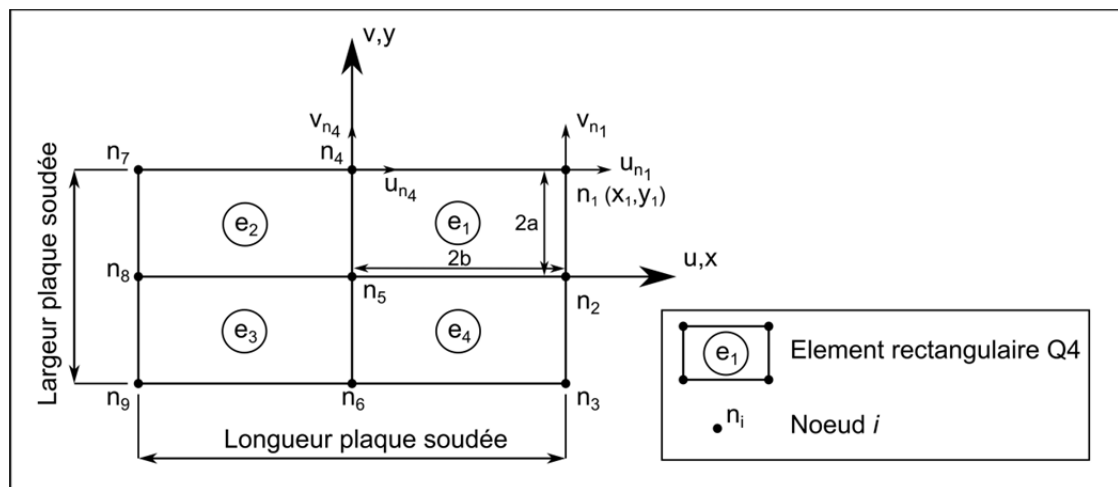


Figure 1.10 Modèle ÉF d'une plaque rectangulaire maillée avec des éléments Q4

Obtenir le champ de déplacements consiste à déterminer les déplacements  $(u, v)$  en chacun des nœuds des éléments de la plaque ( $n_1$  à  $n_9$ ). Premièrement, il faut déterminer la matrice de rigidité de chaque élément. Ainsi, la matrice de rigidité  $[k_{e_i}]$  de l'élément  $i$  est de dimensions  $8 \times 8$  et est donnée par l'équation 1.38 (Cook *et al.*, 2002).

$$[k_{e_i}]_{8 \times 8} = \int_{-b}^b \int_{-a}^a [B_{e_i}]' [C_{e_i}] [B_{e_i}] t dx dy \quad (1.38)$$

Où  $t$  est l'épaisseur de l'élément, tandis que les matrices  $[B_{e_i}]_{3 \times 8}$  et  $[C_{e_i}]_{3 \times 3}$  sont respectivement les matrices d'interpolation et d'amortissement de l'élément  $i$ ; elles sont données par les équations 1.39 et 1.40.

$$[B_{e_i}]_{3 \times 8} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} y-b & 0 & b-y & 0 & b+y & 0 & -b-y & 0 \\ 0 & x-a & 0 & -a-x & 0 & a+x & 0 & a-x \\ x-a & y-b & -a-x & b-y & (a+x) & (b+y) & (a-x) & -(b+y) \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

$$[C_{e_i}]_{3 \times 3} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

Ensuite, il est nécessaire de trouver la matrice de rigidité globale de la plaque  $[K]$ , obtenue par assemblage de toutes les matrices de rigidité avec l'équation 1.41. Cette matrice est diagonale et les conditions aux frontières entre les éléments doivent être respectées. Par exemple, le nœud 4 appartient aux éléments  $e_1$  et  $e_2$  tandis que le nœud 5 appartient aux quatre éléments.

$$[K]_{18 \times 18} = \sum_{i=1}^4 [k_{e_i}] = \begin{bmatrix} K_{1,1} & \cdots & K_{1,18} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{18,1} & \cdots & K_{18,18} \end{bmatrix}_{18 \times 18} \quad (1.41)$$

Maintenant, il est possible de calculer les déplacements à chacun des nœuds à partir des conditions aux limites. Notons le vecteur des déplacements imposés  $[D_c]$ , et celui des déplacements inconnus  $[D_{inc}]$ . Dans le cas de la figure 1.10 et pour des déplacements  $(u, v)$  imposés aux nœuds 1, 3, 4, 6, 7, 8, et 9, ces deux vecteurs valent :

$$[D_c]_{14 \times 1} = [u_{n_1}, v_{n_1}, u_{n_3}, v_{n_3}, u_{n_4}, v_{n_4}, u_{n_6}, v_{n_6}, u_{n_7}, v_{n_7}, u_{n_8}, v_{n_8}, u_{n_9}, v_{n_9}]^T \quad (1.42)$$

$$[D_{inc}]_{4 \times 1} = [u_{n_2}, v_{n_2}, u_{n_5}, v_{n_5}]^T \quad (1.43)$$

Finalement, il suffit de résoudre le système d'équations suivant pour obtenir les déplacements inconnus :

$$[K_{inc}]_{4 \times 4} [D_{inc}]_{4 \times 1} = -[K_c]_{4 \times 14} [D_c]_{14 \times 1} \quad (1.44)$$

Avec  $[K_{inc}]$  et  $[K_c]$  deux matrices de rigidité correspondant aux coefficients des déplacements de la matrice de rigidité globale  $[K]$  en fonction des déplacements imposés et inconnus. Ces deux matrices valent ici :

$$[K_{inc}] = \begin{bmatrix} K_{3.3} & K_{3.4} & K_{3.9} & K_{3.10} \\ K_{4.3} & K_{4.4} & K_{4.9} & K_{4.10} \\ K_{9.3} & K_{9.4} & K_{9.9} & K_{9.10} \\ K_{10.3} & K_{10.4} & K_{10.10} & K_{10.10} \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

$$[K_c] = \begin{bmatrix} K_{1.3} & K_{2.3} & K_{5.3} & K_{6.3} & K_{7.3} & K_{8.3} & K_{11.3} & K_{12.3} & K_{13.3} & K_{14.3} & K_{15.3} & K_{16.3} & K_{17.3} & K_{18.3} \\ K_{1.4} & K_{2.4} & K_{5.4} & K_{6.4} & K_{7.4} & K_{8.4} & K_{11.4} & K_{12.4} & K_{13.4} & K_{14.4} & K_{15.4} & K_{16.4} & K_{17.4} & K_{18.4} \\ K_{1.9} & K_{2.9} & K_{5.9} & K_{6.9} & K_{7.9} & K_{8.9} & K_{11.9} & K_{12.9} & K_{13.9} & K_{14.9} & K_{15.9} & K_{16.9} & K_{17.9} & K_{18.9} \\ K_{1.10} & K_{2.10} & K_{5.10} & K_{6.10} & K_{7.10} & K_{8.10} & K_{11.10} & K_{12.10} & K_{13.10} & K_{14.10} & K_{15.10} & K_{16.10} & K_{17.10} & K_{18.10} \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

La méthode des ÉF utilise différentes fonctions d'interpolations en fonction des éléments utilisés et des méthodes de résolution. De plus, les conditions initiales, les paramètres et les

modèles utilisés pour représenter les structures peuvent comporter des différences avec les conditions réelles. Cette méthode entraîne donc des biais et incertitudes.

### 1.5.3 Incertitudes de la méthode ÉF

La méthode des ÉF est utilisée pour estimer des solutions à des fonctions représentant des comportements physiques qui impliquent généralement des équations différentielles ou à dérivées partielles ne pouvant être résolues analytiquement. De plus, la totalité des phénomènes naturels ne peuvent être pris en compte par les calculs numériques lors de la simulation de modèles complexes. Ainsi, la méthode des ÉF entraîne des incertitudes dues à sa modélisation et à ses hypothèses et simplifications. Ces incertitudes peuvent se regrouper en trois catégories : (A) les incertitudes sur l'expression des phénomènes physiques, (B) les incertitudes sur la discrétisation mathématique et la non-linéarité des phénomènes, (C) les incertitudes sur l'implémentation numérique (Fong *et al.*, 2008).

La catégorie (A) intègre les incertitudes dues à la difficulté de prendre en compte l'ensemble des facteurs qui influencent les phénomènes physiques étudiés. De plus, elle inclut les incertitudes sur les fonctions utilisées pour modéliser ces phénomènes. Certaines de ces fonctions font l'objet d'hypothèses (homogénéité du matériau, théorie des poutres, etc.), tandis que d'autres sont ajustées par des résultats expérimentaux et sont donc approximatives. Ainsi, lors de l'utilisation de la méthode des ÉF, l'utilisateur doit connaître parfaitement le domaine et les équations qui le régissent, ainsi que la portée de leurs hypothèses et limites.

La catégorie (B) comprend les erreurs et incertitudes liées à la méthode de discrétisation du domaine. O.C. Zienkiewicz et J.Z. Zhu ont réalisé l'étude d'un estimateur d'erreur pour estimer les erreurs de discrétisation (Zienkiewicz et Zhu, 1986). L'intégration de cet estimateur dans des maillages peu raffinés permet d'obtenir des résultats très proches de ceux obtenus lorsque le nombre d'éléments est augmenté jusqu'à la convergence des résultats. La catégorie (B) inclut également les incertitudes sur l'ensemble des paramètres utilisés, comme



par exemple, les incertitudes sur les conditions limites, sur les caractéristiques des matériaux, ou sur le modèle géométrique. Même s'il est admis que le raffinement de la discrétisation tend à générer une solution significative (Dhatt, Touzot et Lefrançois, 2007), plusieurs types de discrétisations engendreront plusieurs solutions, avec plus ou moins de différence. Encore une fois, la connaissance de la méthode de discrétisation par l'utilisateur est indispensable pour minimiser ces incertitudes.

La catégorie (C) détermine les erreurs et incertitudes dues aux moyens de résolution des modèles ÉF. Elle correspond clairement à l'incertitude propre au logiciel de calcul et à ses algorithmes. Les résultats de plusieurs moyens de résolution peuvent ainsi différer pour un même cas d'étude et une discrétisation identique.

Ces dernières années, différentes méthodes ont été déterminées afin d'estimer les incertitudes des analyses ÉF. Tout d'abord, les incertitudes de catégorie (A) ne peuvent être réduites que par la connaissance approfondie des phénomènes étudiés et des lois qui les régissent. Elles restent cependant inévitables. Ensuite, les statistiques sont utilisées dans des analyses par ÉF stochastiques afin de prendre en compte les incertitudes de catégorie (B). Ainsi, des méthodes de perturbations, de simulations de Monte Carlo ou encore modales ont été développées (De Lima et Ebecken, 2000; Matsumoto et Iwaya, 2000; Pellissetti et Schueler, 2009; Van den Nieuwenhof et Coyette, 2003; Xu, 2007). Cependant, ces méthodes doivent souvent être validées par des expérimentations. De plus, elles restent complexes à appliquer et ne sont pas encore prises en charge par la plupart des moyens de calculs par ÉF. Enfin, les incertitudes de catégorie (C) peuvent être obtenues en comparant plusieurs moyens de résolutions (Fong *et al.*, 2008). Cependant, l'ensemble des paramètres doivent rester constants, ce qui peut être contraignant d'un logiciel de résolution à un autre (au niveau de la discrétisation par exemple). Il est possible d'imaginer la détermination des incertitudes de catégorie (C) pour un cas d'étude simple applicable à plusieurs moyens de résolution, néanmoins, la propagation de ces incertitudes à des cas plus complexes est difficile à déterminer.

#### **1.5.4 Portée de la méthode des Éléments Finis**

La méthode des ÉF permet de modéliser des phénomènes toujours plus complexes. Elle est très répandue, car elle permet un gain de temps et économique non négligeable. Cependant, les phénomènes physiques ne peuvent être modélisés exactement seulement par des équations et il subsistera toujours une différence, aussi infime soit-elle, entre les résultats des simulations numériques et les comportements réels. Toutefois, cette différence peut être estimée et jugée acceptable par l'utilisateur. Ainsi, le modèle peut être validé. Lorsque les incertitudes sur le modèle ÉF sont inconnues, il est nécessaire de valider le modèle avec d'autres méthodes (analytiques ou expérimentales).

Enfin, nous utilisons les résultats de la méthode des ÉF lors de l'application de la MNEIM développée dans la partie suivante de ce mémoire. En effet, la MNEIM nécessite la connaissance des champs de déplacements, et la méthode des ÉF est la seule à pouvoir en faire une estimation plausible. Cependant, les biais incertitudes sur les modèles ÉF des structures complexes sont difficiles à déterminer et seront considérées comme négligeables. Cela constitue une des hypothèses majeure de notre méthode.

#### **1.5.5 Conclusion de la revue de littérature**

Certaines sources d'incertitudes de mesures par jauges de déformation, comme l'influence du facteur de jauge ou de la température, ont été largement revues et peuvent être évaluées de manière systématique. Cependant, d'autres sources, comme l'influence de la sensibilité transversale ou des incertitudes de positionnement, n'ont pas été évaluées systématiquement car elles nécessitent la connaissance des champs de déplacements à proximité de la position cible de la jauge. Pourtant, certains cas d'études ont prouvés qu'elles peuvent influencer significativement les mesures. Suite à cette revue de littérature, les objectifs de cette recherche sont de déterminer une méthode permettant l'évaluation des biais et incertitudes influents et non évalués systématiquement dans les mesures par jauges de déformations. Ainsi, la méthode développée permet l'évaluation systématique des biais et incertitudes de

mesures engendrées par l'incertitude sur la position de la jauge, l'erreur due à l'effet d'intégration de la jauge, l'erreur due à la sensibilité transversale de la jauge, et l'erreur due au comportement de la plaque porteuse des jauges soudées. Elle se base sur les résultats de modèles ÉF et aide, entre autres, à leur validation par des mesures expérimentales.



## **CHAPITRE 2**

### **MÉTHODE NUMÉRIQUE D'ÉVALUATION DES INCERTITUDES DE MESURE**

#### **2.1 Introduction**

La plupart des incertitudes de mesures par jauges de déformation sont d'origine humaine et peuvent être évitées avec de l'expérience et de la rigueur. D'autres, par contre, influencent largement les résultats des mesures et doivent être prises en compte. Il est alors nécessaire de créer des outils pour y parvenir. La MNEIM développée dans ce chapitre permet d'estimer les erreurs et incertitudes de mesures dues à quatre principaux facteurs : l'incertitude sur la position de la jauge, l'erreur due à l'effet d'intégration de la jauge, l'erreur due à la sensibilité transversale de la jauge, et l'erreur due au comportement de la plaque porteuse des jauges soudées. Ici, les autres sources d'erreurs et d'incertitudes sont considérées comme contrôlées ou négligeables. En pratique, cette méthode permet d'obtenir la distribution des déformations d'un ensemble de jauges virtuelles positionnées à la surface du modèle ÉF de la structure et prenant en compte les incertitudes étudiées. Les sections suivantes présentent et détaillent les différentes étapes de la MNEIM proposée.

#### **2.2 Présentation de la méthode**

La MNEIM a été développée et programmée avec l'interpréteur Python® 2.6.6.1. Elle permet d'estimer les incertitudes en se basant sur les champs de déplacements résultants des modèles ÉF de la structure. Ainsi, la MNEIM peut être utilisée sur tout type de structure dès lors que son analyse ÉF est réalisée. Afin de déterminer l'influence des incertitudes étudiées, le programme numérique évalue la déformation mesurée par une jauge virtuelle placée sur le modèle ÉF en suivant le protocole suivant :

- 1) Création d'une jauge virtuelle sur la surface du modèle ÉF. La jauge virtuelle est positionnée à proximité de la position cible, avec des erreurs de positionnement longitudinal, transversal et angulaire générées par des lois de distribution aléatoires

établies *a priori*. Les caractéristiques de la jauge peuvent également être générées aléatoirement dans leur étendue d'incertitude;

- 2) Évaluation du champ de déplacements sous la jauge;
- 3) Estimation de la déformation mesurée par la jauge virtuelle, en fonction du champ de déplacements. Cette déformation prend en compte l'erreur d'intégration et l'erreur due à la sensibilité transversale de la jauge.

Cette procédure est intégrée dans une boucle de simulations Monte Carlo. À chaque simulation, la déformation estimée par la jauge virtuelle est fonction de l'ensemble de ses paramètres d'entrées, constants ou générés aléatoirement en fonction de leur incertitude (voir figure 2.1). Finalement, la distribution des déformations estimées *a posteriori* par l'ensemble des jauges virtuelles permet d'évaluer les biais et incertitudes de mesures. Cette distribution peut alors être comparée aux déformations déterminées par les modèles ÉF à la position cible de la jauge; mais également aux résultats des mesures expérimentales.

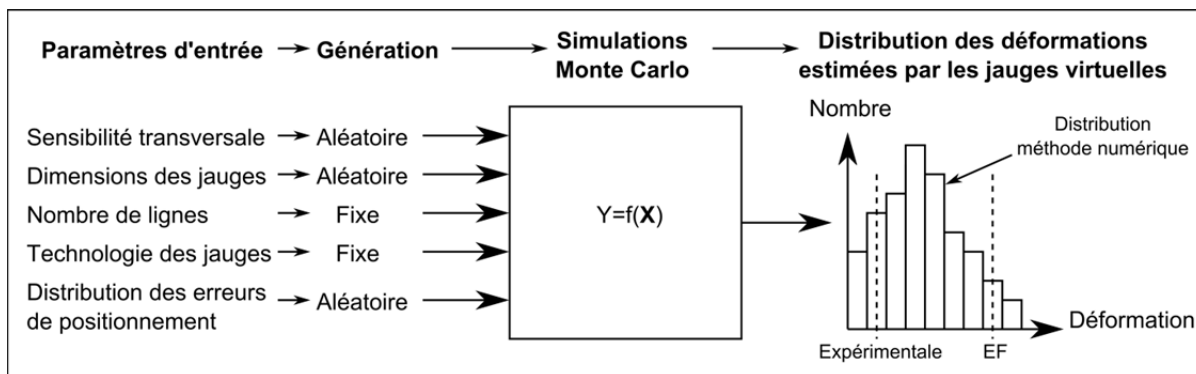


Figure 2.1 Paramètres des simulations Monte Carlo

Les sections qui suivent détaillent les différentes parties du modèle numérique, après une présentation des données nécessaires au fonctionnement de la MNEIM.

### 2.3 Données nécessaires à l'application de la MNEIM

Les données indispensables proviennent principalement des modèles ÉF, mais également des caractéristiques de la jauge simulée et des lois de distributions des différentes incertitudes sur les paramètres. Les données nécessaires sont :

- 1) Les numéros et coordonnées cartésiennes des nœuds ÉF de la surface du modèle ÉF, dans une zone au voisinage de la position cible de la jauge. Les coordonnées cartésiennes des nœuds doivent être exprimées dans le repère orthonormé direct global de la structure;
- 2) Les déplacements et déformations obtenus par les analyses ÉF à ces nœuds, également exprimés dans le repère orthonormé direct global de la structure;
- 3) Le numéro du nœud ÉF situé à la position cible de la jauge. En effet, un nœud du modèle ÉF doit représenter la position cible afin de pouvoir comparer les déformations obtenues par la MNEIM avec la déformation ÉF à l'emplacement cible de la jauge;
- 4) Les coordonnées des vecteurs unitaires formant le repère local, orthonormé direct, de la position cible du centre de la jauge de déformation. Ces coordonnées doivent être exprimées dans le repère global de la structure et correspondent aux coordonnées des vecteurs du repère cible  $R_C (\vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C)$  exprimées dans le repère global  $R_G (\vec{X}_G, \vec{Y}_G, \vec{Z}_G)$ , voir figure 2.2. Le repère cible est constitué de l'axe longitudinal  $\vec{X}_C$ , l'axe transversal  $\vec{Y}_C$  et l'axe normal extérieur à la surface  $\vec{Z}_C$ . Ces données servent principalement à exprimer les déplacements et déformations dans les différents repères du modèle;

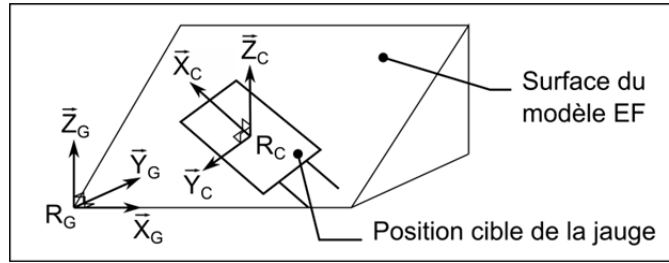


Figure 2.2 Définition des repères  $R_G$  et  $R_C$

- 5) Les propriétés inhérentes à la jauge utilisée et les incertitudes associées : technologie (jauge collée ou soudée), modèle de soudage, nombre de lignes de grille, dimensions, sensibilité transversale;
- 6) Les lois de distribution aléatoires générant les erreurs de positionnement de la jauge virtuelle autour du point cible. Ces lois sont complexes à évaluer et sont propres à chaque processus expérimental.

Une fois que les données nécessaires sont connues, la MNEIM peut être appliquée. Ses étapes sont détaillées dans les sections suivantes.

## 2.4 Étape 1 : Création d'une jauge virtuelle

La première étape consiste à créer numériquement une jauge virtuelle sur la surface du modèle ÉF de la pièce. Tout d'abord, le modèle numérique recrée la surface du modèle ÉF en utilisant les coordonnées de ses nœuds. Ensuite, le centre de la jauge virtuelle est positionné sur la surface, via ses coordonnées, et incluant des erreurs de positionnement le long de l'axe longitudinal  $\vec{X}_C$  et transversal  $\vec{Y}_C$  du repère cible. Enfin, une erreur d'alignement angulaire entre l'axe longitudinal de la jauge  $\vec{X}_{JV}$  et l'axe cible  $\vec{X}_C$  peut également être introduite. Le repère  $R_{JV}(\vec{X}_{JV}, \vec{Y}_{JV}, \vec{Z}_{JV})$  associé à la jauge virtuelle est alors créé, tel qu'illustré sur la figure 2.3.



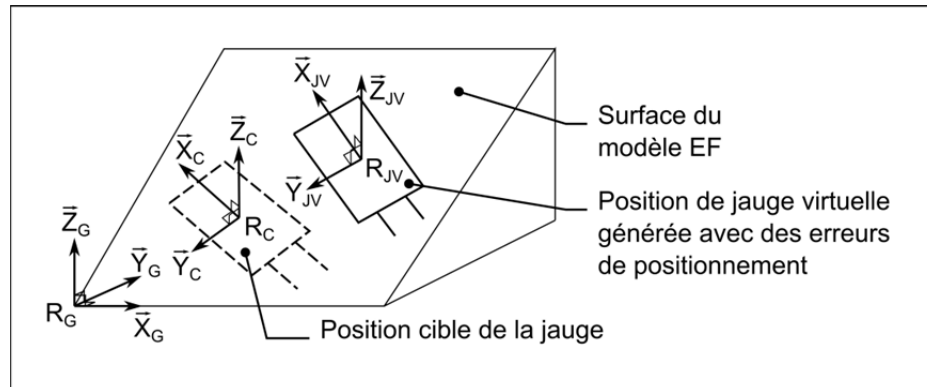


Figure 2.3 Positionnement de la jauge virtuelle

La jauge virtuelle est créée dans le repère  $R_{JV}$  grâce à ses dimensions; la longueur et la largeur déterminant les quatre coins de la jauge. Ces dimensions, ainsi que le coefficient de sensibilité transversal de la jauge, peuvent être générés par des lois de distributions aléatoires afin de prendre en compte leur incertitude.

## 2.5 Étape 2 : Évaluation du champ de déplacements sous la jauge

La deuxième étape consiste à déterminer le champ de déplacement sous la jauge virtuelle, à partir duquel la déformation mesurée sera calculée lors de l'étape 3. Ce champ peut être différent entre les jauges collées et les jauges soudées et la MNEIM intègre sa détermination pour les deux technologies.

### 2.5.1 Jauge collée

Les jauges de déformation collées sont directement soumises au champ de déplacements de la surface des structures. En effet, seule la pellicule de colle sépare la surface et la jauge, et son influence sur la mesure peut être considérée comme négligeable (Window, 1992). Le champ de déplacements sous la surface de la jauge est alors directement obtenu à partir du champ de déplacements de la surface du modèle ÉF de la structure. Aussi, les déplacements en un point quelconque situé sur la surface du modèle ÉF sont déterminés par une interpolation spatiale linéaire des déplacements aux nœuds ÉF. L'erreur engendrée par cette

interpolation est négligeable dès lors qu'un grand nombre de nœuds du modèle ÉF est présent autour de la position cible de la jauge. Ces déplacements sont généralement exprimés dans le repère global du modèle ÉF mais peuvent facilement être exprimés dans un autre repère avec l'équation 2.1.

$$\overrightarrow{U_{Ri}} = \mathbf{P}^{-1} \overrightarrow{U_{Gi}} \quad (2.1)$$

Où  $\overrightarrow{U_{Ri}}$  est le vecteur déplacement au point  $i$  dans le repère cible  $R$ ,  $\overrightarrow{U_{Gi}}$  est le vecteur déplacement au point  $i$  dans le repère global  $G$ , et  $\mathbf{P}$  est la matrice de passage entre le repère global  $G$  et le repère cible  $R$ . Elle correspond aux coordonnées du repère cible exprimées dans le repère global. En contrepartie, le champ de déplacements utilisé pour les jauges soudées peut être différent de celui à la surface de la structure. Sa détermination est plus complexe et est présentée dans la section suivante.

### 2.5.2 Jauge soudée

Nous l'avons vu dans la section 1.4.2.7, le champ de déplacements de la plaque porteuse d'une jauge soudée peut être différent du champ de déplacements de la surface de la structure. Ainsi, la MNEIM détermine le champ de déplacements de la plaque porteuse de la manière suivante :

- 1) Une jauge soudée virtuelle est créée numériquement dans le repère de la jauge virtuelle. De la même manière que pour une jauge collée, les dimensions de la jauge, la position du centre de la jauge, et les erreurs de positionnement permettent de déterminer la position des quatre coins de la plaque porteuse sur la surface du modèle ÉF;
- 2) Les positions des points de soudage de la plaque porteuse sont générées sur le périmètre de la plaque porteuse virtuelle. Puis, les déplacements à ces points sont obtenus par interpolation spatiale linéaire à partir du champ de déplacements de la surface du modèle

- ÉF. Ainsi, il est fait l'hypothèse qu'aux points de soudage, les déplacements de la plaque porteuse sont identiques à ceux de la surface du modèle ÉF;
- 3) La plaque porteuse est modélisée par ÉF. Son modèle est une plaque rectangulaire en deux dimensions, maillée avec des éléments rectangulaires bilinéaires Q4 (voir la section 1.5.2). Les déplacements obtenus précédemment aux points de soudage sont appliqués et une analyse ÉF 2D est réalisée;
  - 4) Les déplacements à l'ensemble des nœuds du modèle ÉF de la plaque porteuse sont obtenus lors de son analyse ÉF. Aussi, il est possible d'obtenir les déplacements en un point quelconque de la plaque par interpolation spatiale linéaire des déplacements aux nœuds du modèle ÉF de la plaque. Pour que l'erreur engendrée par ces interpolations soit négligeable, il faut une fois de plus optimiser le nombre de nœuds ÉF sur le modèle de la plaque porteuse. Nous conseillons de réaliser des analyses de sensibilité sur ce nombre de nœuds pour obtenir son optimum (voir section 4.5.2).

Ainsi, l'évaluation du champ de déplacements de la plaque porteuse se fait par une analyse ÉF. Par ailleurs, deux modèles de soudage sont utilisés lors de la pose expérimentale des jauges soudées. Ces deux modèles sont appelés en 'O' et en 'U' dans ce mémoire, et sont présentés dans la figure 2.4. Le modèle de soudage en 'O' est un soudage par points sur toute la périphérie de la plaque porteuse, contrairement au modèle en 'U' qui est un soudage par points sur trois des quatre côtés de la plaque porteuse. En effet, il est parfois impossible de souder le côté comportant les fils d'alimentations de la jauge. La MNEIM intègre les deux modèles de soudage en adaptant l'emplacement des points de soudage au modèle de soudage.

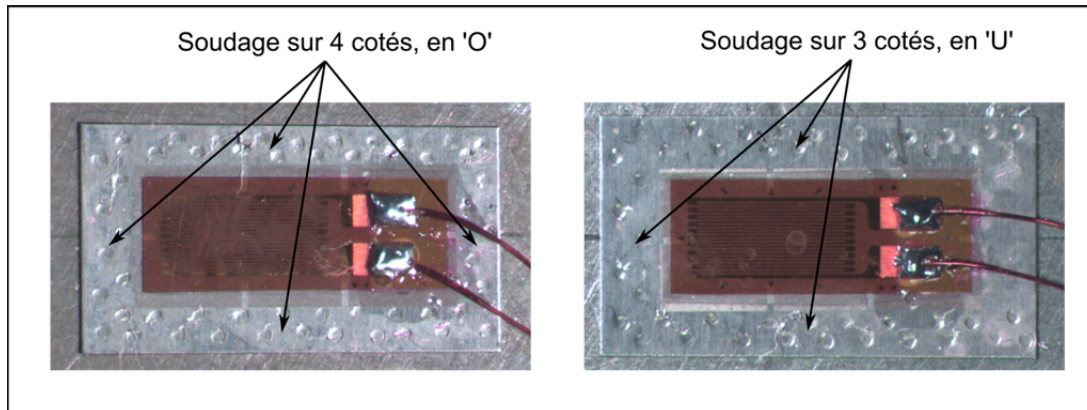


Figure 2.4 Modèles de soudage pour les jauges soudées  
Modèle 'O' à gauche et 'U' à droite

De plus, les points de soudage sont habituellement formés en deux rangés parallèles aux côtés de la plaque, formant une zone soudée en périphérie de la plaque. La largeur de cette zone peut être considérée comme la distance entre le bord de la plaque et le point de soudage le plus éloigné du bord. Ainsi, lors de l'application de la MNEIM, il est possible d'inclure cette largeur de zone soudée; les dimensions du modèle ÉF de la plaque porteuse sont alors ajustées au milieu de la largeur de la zone soudée. Ces caractéristiques sont illustrées dans la figure 2.5, pour une jauge soudée avec un modèle de soudage en 'O'.

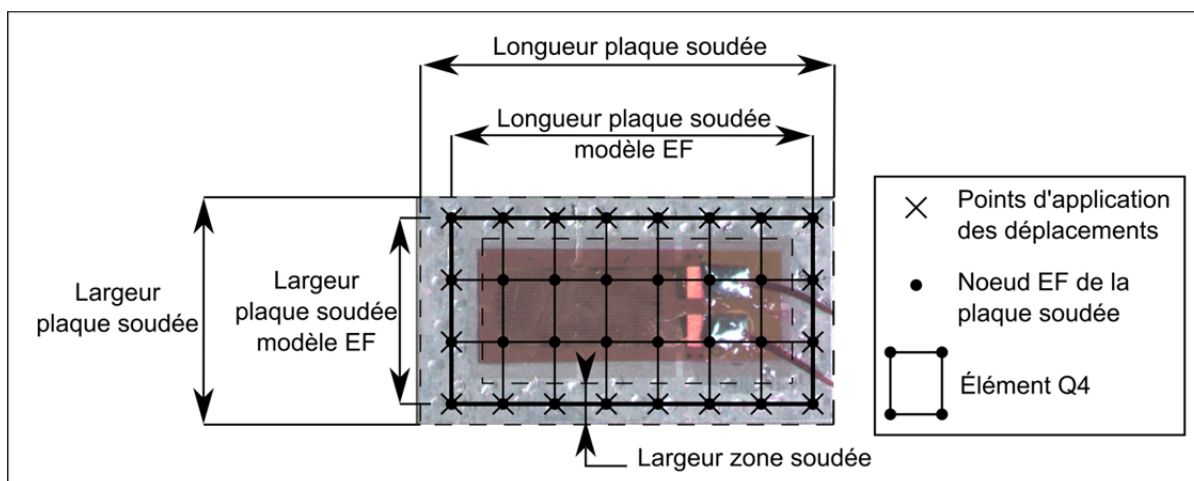


Figure 2.5 Illustration des dimensions du modèle ÉF de la plaque porteuse pour une jauge soudée avec un modèle de soudage en 'O'

Le modèle de la plaque porteuse présenté ici est celui qui a été utilisé dans l'obtention des résultats présentés dans ce mémoire. Il reste une approximation de la plaque porteuse des jauges soudées. En effet, il ne représente pas exactement la plaque porteuse : ses deux rangées de points de soudure et son bord extérieur (au delà des points de soudure) ne sont pas modélisés exactement. Cela peut amener à des biais et incertitudes supplémentaires, que nous avons considérés comme négligeables dans cette étude. Un modèle ÉF de plaque porteuse plus réaliste, intégrant chaque point de soudage et la bordure extérieure, pourrait être développé. Il serait cependant plus complexe à réaliser et à programmer, en plus d'augmenter les temps de calculs.

Le champ de déplacements sous les jauges soudées est plus complexe à déterminer à cause de la présence de la plaque porteuse. Cependant, une fois que le champ de déplacements sous la jauge est estimé, il est possible de déterminer la déformation mesurée par la jauge.

## **2.6 Étape 3 : Détermination de la déformation mesurée par la jauge virtuelle**

La déformation mesurée par la jauge virtuelle est déterminée à partir du champ de déplacements sous la jauge estimé lors de l'étape 2. Cette déformation prend en compte l'effet d'intégration de la jauge et sa sensibilité transversale. Cette dernière nécessite la détermination des déformations longitudinales et transversales mesurées par la jauge. De plus, l'effet d'intégration est pris en compte en appliquant la méthode d'intégration sur la longueur totale des lignes du filament, développée dans la section 1.4.2.6.

### **2.6.1 Déformation longitudinale**

Tout comme Younis et Kang (Younis et Kang, 2011), nous faisons l'hypothèse que la déformation longitudinale est constante le long d'une ligne de grille. Elle peut alors être déterminée à partir des déplacements de ses deux extrémités seulement. Ces derniers sont évalués directement par interpolation spatiale linéaire à partir du champ de déplacements

sous la jauge. Ainsi, la déformation de chaque ligne de grille est calculée avec l'équation 2.2 liée à la figure 2.6.

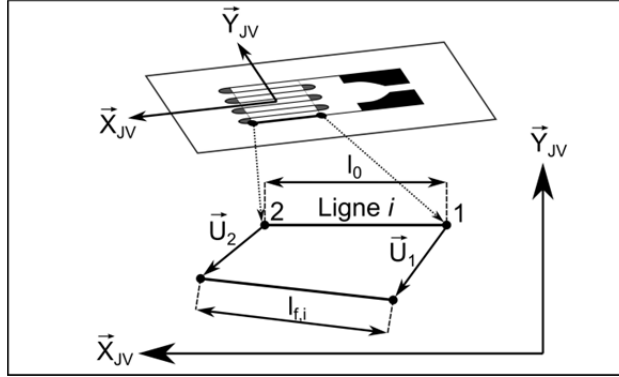


Figure 2.6 Détermination des déformations de chaque ligne de grille de la jauge virtuelle

$$\varepsilon_{l,i} = \frac{l_{f,i} - l_0}{l_0} = \frac{\sqrt{\left(l_0 + (\vec{U}_2 - \vec{U}_1) \cdot \vec{X}_{JV}\right)^2 + \left((\vec{U}_2 - \vec{U}_1) \cdot \vec{Y}_{JV}\right)^2} - l_0}{l_0} \quad (2.2)$$

Avec :  $\varepsilon_{l,i}$  la déformation longitudinale de la ligne de grille  $i$ ,  $l_0$  et  $l_{f,i}$  respectivement la longueur initiale et la longueur finale de la ligne de grille  $i$ , et  $\vec{U}_i$  le vecteur déplacements du point  $i$ . Il est à noter que  $l_0$  est assimilée à la longueur de grille de la jauge et est considérée comme identique pour toutes les lignes de grille. Finalement, d'après la méthode d'intégration sur la longueur totale des lignes du filament (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990), la déformation longitudinale de la jauge est la moyenne des déformations des lignes de sa grille, déterminée par l'équation 2.3.

$$\overline{\varepsilon_{LJV}} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{l,i}}{n} \quad (2.3)$$

Où  $n$  est le nombre de lignes de la grille de la jauge et  $\overline{\varepsilon_{LJV}}$  est la déformation longitudinale de la jauge virtuelle prenant en compte l'erreur d'intégration de la jauge. La déformation transversale est déterminée par une méthode similaire, sur deux lignes transversales.

### 2.6.2 Déformation transversale

L'effet transversal des jauges est principalement dû aux boucles de raccordement situées aux extrémités des lignes de la grille. Ces boucles forment des sections de ligne dans le sens transversal de la jauge, et sont sensibles aux déformations transversales (Vishay Micro-Measurements, 2011). Ainsi, lors de l'application de la MNEIM, la déformation transversale est déterminée comme étant la déformation moyenne de deux lignes transversales situées à chaque extrémité de la grille de la jauge : la ligne tangentielle haute  $Th$  et la ligne tangentielle basse  $Tb$ , illustrées sur la figure 2.7. La déformation de la ligne tangentielle haute  $\varepsilon_{Th}$  est estimée avec l'équation 2.4 et la déformation de la ligne tangentielle basse  $\varepsilon_{Tb}$  est calculée de manière similaire. Enfin, la déformation transversale de la jauge est la moyenne de ces deux déformations et est calculée avec l'équation 2.5.

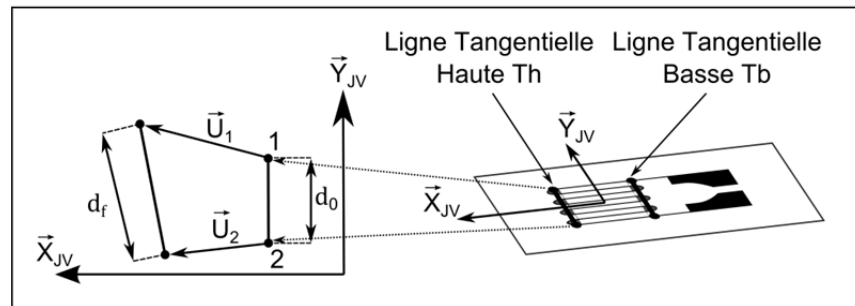


Figure 2.7 Détermination de la déformation transversale de la jauge virtuelle

$$\varepsilon_{Th} = \frac{d_f - d_0}{d_0} = \frac{\sqrt{\left((\vec{U}_1 - \vec{U}_2) \cdot \vec{X}_{JV}\right)^2 + \left(d_0 + (\vec{U}_1 - \vec{U}_2) \cdot \vec{Y}_{JV}\right)^2} - d_0}{d_0} \quad (2.4)$$

$$\overline{\varepsilon_{TJV}} = \frac{\varepsilon_{Th} + \varepsilon_{Tb}}{2} \quad (2.5)$$

Où  $d_0$  est la longueur initiale de la ligne tangentielle (considérée comme la largeur de la grille de la jauge), et  $d_f$  est la longueur finale de la ligne tangentielle en question. Finalement, la déformation  $\overline{\varepsilon_{TJV}}$  est la déformation transversale moyenne intégrée par la jauge virtuelle. Son effet sur la déformation mesurée par la jauge est pondéré avec le facteur de jauge transversal  $F_t$ .

### 2.6.3 Déformation mesurée par la jauge

La déformation totale mesurée par la jauge virtuelle  $\widehat{\varepsilon_{JV}}$  prend en compte l'erreur d'intégration et la sensibilité transversale de la jauge; elle est finalement déterminée par l'équation 2.6 :

$$\widehat{\varepsilon_{JV}} = \frac{F_l \overline{\varepsilon_{LJV}} + F_t \overline{\varepsilon_{TJV}}}{K} \quad (2.6)$$

Soit, en utilisant les équations 1.22 et 1.23 :

$$\widehat{\varepsilon_{JV}} = \frac{1}{1 - \nu_0 K_t} (\overline{\varepsilon_{LJV}} + K_t \overline{\varepsilon_{TJV}}) \quad (2.7)$$

Ainsi, la déformation obtenue est propre à chaque jauge car elle dépend du champ de déplacements sous sa grille, de ses dimensions, du nombre de lignes de grille et de son coefficient de sensibilité transversale. On remarque ici que la déformation de la jauge virtuelle est indépendante du facteur de jauge; les corrections dues au facteur de jauge doivent se faire lors des corrections des mesures expérimentales.



## **2.7      Étape 4 : Boucle de simulations Monte Carlo**

Les étapes 1 à 3 de la MNEIM sont intégrées dans une boucle de simulations Monte Carlo. Lors de chaque simulation, l'ensemble des paramètres utilisés peuvent être générés par des lois de distributions aléatoires (principalement normales ou uniformes), rendant alors unique la valeur de la déformation mesurée par chaque jauge virtuelle. L'ensemble de ces déformations sont archivées lors de l'étape 4 et leur distribution peut être analysée statistiquement afin d'estimer les corrections et incertitudes de mesures dues aux différents facteurs étudiés. Finalement, la MNEIM est résumée dans la figure 2.8.

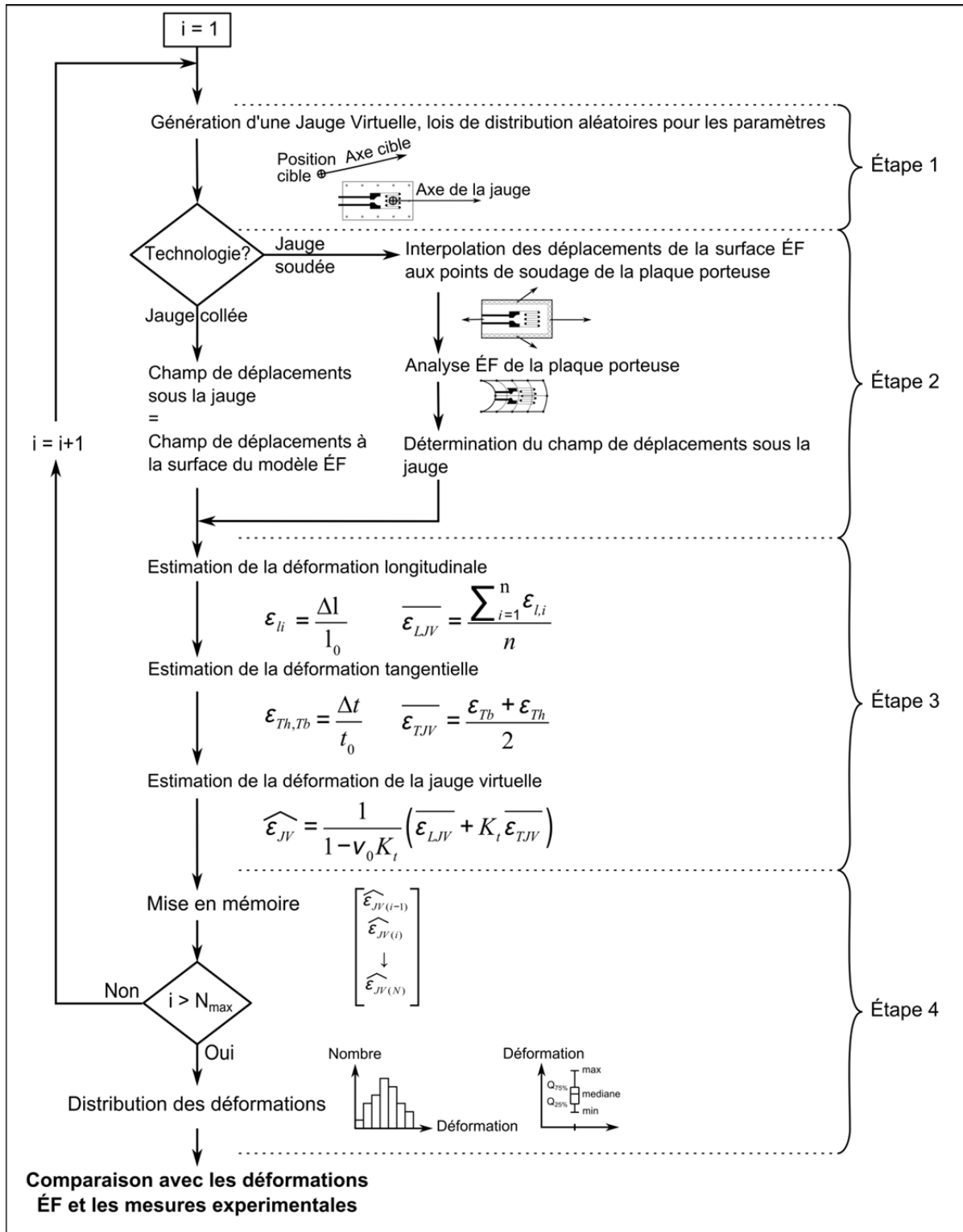


Figure 2.8 Méthode Numérique d'Évaluation des Incertitudes de Mesure (MNEIM)

## 2.8 Résultat obtenu et comparaison des déformations de chaque méthode

Pour résumer, la MNEIM permet d'obtenir la distribution des déformations estimées par des jauges virtuelles positionnées aléatoirement sur la surface du modèle ÉF d'une structure. Ces déformations prennent en compte les incertitudes dues aux erreurs et incertitudes de positionnement, de comportement de la jauge, de son effet d'intégration et de sa sensibilité transversale. Les incertitudes sur les caractéristiques de la jauge sont également prises en compte. Par la suite, il est possible de comparer la distribution obtenue avec la valeur de la déformation ÉF à la position cible, ainsi qu'avec les mesures expérimentales.

Lors des expérimentations, les déformations restituées directement par l'instrument de mesure doivent être corrigées afin de prendre en compte le facteur de jauge, l'incertitude de l'instrument de mesure, l'influence de la température, et l'éventuel décalage aux conditions initiales. Les déformations mesurées et corrigées peuvent alors être comparées aux déformations obtenues par la MNEIM. Le graphique de la figure 2.9 résume les déformations obtenues par les trois méthodes et leurs corrections et incertitudes associées. Il est maintenant possible de comparer les déformations obtenues par ÉF et par les mesures expérimentales afin de faire, par exemple, une validation croisée des niveaux de déformations.

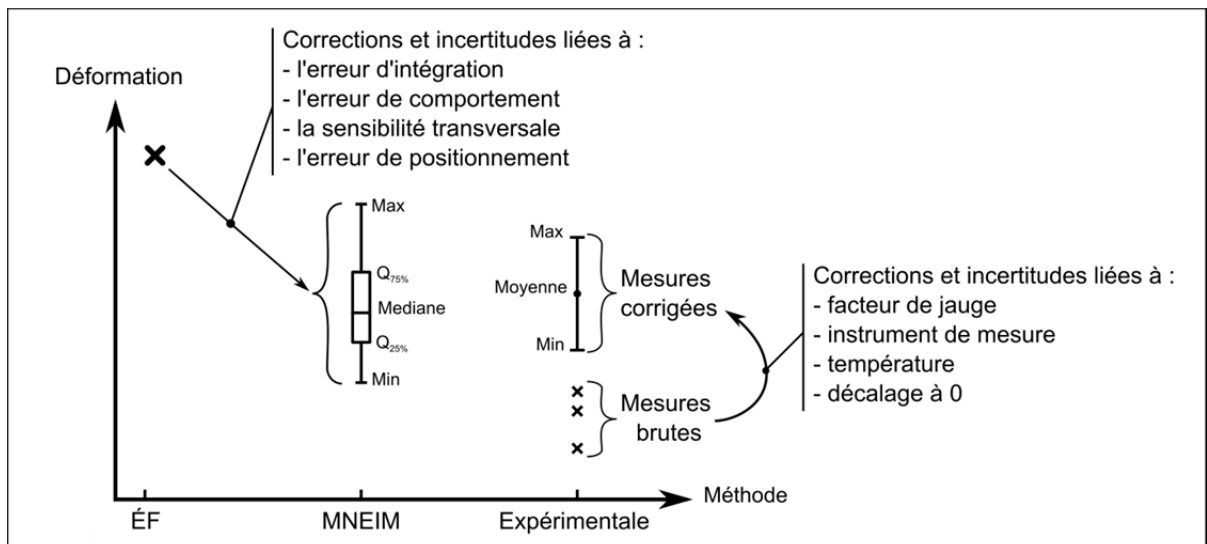


Figure 2.9 Répartition des incertitudes des jauges de déformations

## 2.9 Hypothèses et limites de la MNEIM

La MNEIM admet plusieurs hypothèses, recensées dans le tableau 2.1. Afin de vérifier l'influence de ces hypothèses sur les résultats de la méthode, cette dernière doit être validée par des expérimentations.

Tableau 2.1 Hypothèses de la MNEIM

Paramètres	Hypothèses	Remarques
Détermination des champs de déplacements pour les jauges collées.	- La colle n'a pas d'influence (Window, 1992).	- Les champs de déplacements des jauges collées sont assimilés à ceux du modèle ÉF de la structure.
Lois de distribution aléatoire des erreurs de positionnement.	- Doivent être estimées afin de refléter correctement l'étendue du positionnement de la jauge.	- Forte influence sur les résultats, voir section 5.4. - Peuvent être minimisées si la position des jauges est mesurée avec précision.
Caractéristiques de la plaque porteuse des jauges soudées.	- Le module de Young et le coefficient de Poisson sont fixés à 200 GPa et 0,3 respectivement.	- L'incertitude sur ces deux paramètres n'est pas prise en compte. Cependant, elle reste négligeable.
Détermination des déplacements aux extrémités des lignes de grille.	- La déformation est constante le long d'une ligne de grille. - Les déplacements sont obtenus par interpolation spatiale linéaire à partir du champ de déplacements.	- Hypothèse également réalisée par Younis et Kang (Younis et Kang, 2011). - L'interpolation spatiale linéaire est effectuée à partir des nœuds à proximité du point d'interpolation. Leur nombre doit être suffisamment élevé.
Champs de déplacements provenant du modèle ÉF de la structure.	- Ces champs sont représentatifs du chargement expérimental de la structure. Leurs incertitudes sont négligeables ou contrôlées.	- Lorsque les incertitudes sont connues, il est possible de les prendre en compte dans la MNEIM, voir section 3.5.2.
Modèle ÉF de la plaque porteuse.	- Les dimensions du modèle ÉF de la plaque sont ajustées au milieu de la largeur de la zone soudée. - Les points de soudage ne sont pas modélisés exactement. - L'effet du bord de la plaque porteuse n'est pas modélisé.	- La validation expérimentale de la méthode permet de valider ce modèle. - Il peut cependant être amélioré par l'utilisateur de la méthode pour modéliser au mieux la plaque porteuse.
Modèle ÉF de la structure.	- Le maillage à proximité de la position cible de la jauge doit être suffisamment raffiné.	- L'incertitude due à l'interpolation spatiale linéaire des champs de déplacements doit être négligeable.

## **CHAPITRE 3**

### **VALIDATION EXPÉRIMENTALE**

#### **3.1 Introduction**

Ce chapitre présente le plan d'expérience utilisé pour valider expérimentalement la MNEIM, ainsi que les résultats obtenus et leur analyse. La validation de la méthode passe par son application sur des structures dont les déformations comportent peu d'incertitudes. Ainsi, quatre éprouvettes à section rectangulaire et quatre éprouvettes à encoches, soumises à des contraintes de traction-compression, sont utilisées. Les déformations en surface de ces éprouvettes sont d'abord déterminées par des modèles ÉF et analytiques, puis sont mesurées expérimentalement. Finalement, la MNEIM est validée pour ce cas lorsque ses résultats vérifient les déformations mesurées.

#### **3.2 Méthode expérimentale**

##### **3.2.1 Éprouvettes utilisées**

Premièrement, quatre éprouvettes ont été usinées avec une section principale rectangulaire. Toutes les jauges ont été posées, leur position ont été mesurées, et les mesures des déformations par des tests de traction-compression ont été réalisées. Par la suite, des encoches semi-cylindriques ont été usinées sur les flancs de ces mêmes éprouvettes, et les tests de traction-compression ont été réalisés une seconde fois. Les encoches ont pour but de générer des champs de déplacements plus complexes afin de valider la MNEIM pour différents types de champs.

### 3.2.1.1 Éprouvettes rectangulaires

Les éprouvettes utilisées ont une section principale rectangulaire de 12 x 20 mm et de longueur 150 mm. Sur ces éprouvettes ont été posées deux rosettes et deux jauges soudées suivant le plan de la figure 3.1. La section centrale des éprouvettes est assimilée à une poutre, ce qui permet d'utiliser les résultats de calculs analytiques simples pour déterminer les déformations de chargements de traction-compression (voir section 3.3).

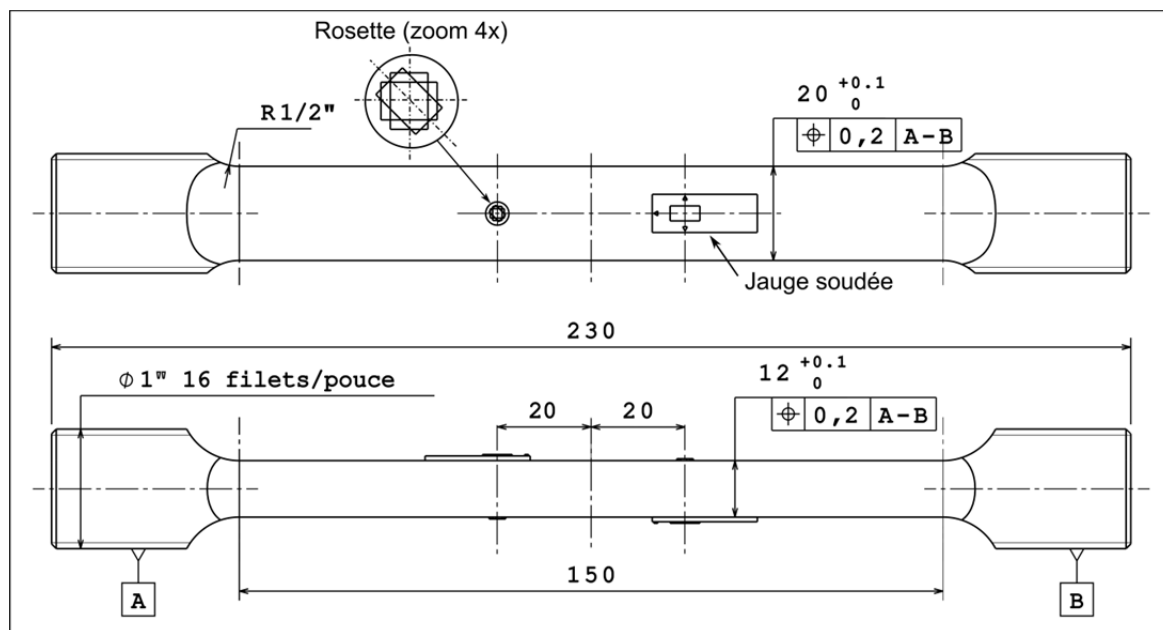


Figure 3.1 Plan des éprouvettes rectangulaires montées (norme ASME Y14.5)

Les dimensions de la section rectangulaire de chaque éprouvette ont été mesurées avec un micromètre pour pouvoir ajuster les calculs analytiques et les modèles ÉF. Elles sont présentées dans le tableau 3.1. L'incertitude expansée pour les mesures par micromètre est de  $\pm 0,004$  mm pour un niveau de confiance de 95 % (Office des normes générales du Canada, 1996).

Tableau 3.1 Dimensions des sections des éprouvettes

Éprouvette	Largeur (mm) $\pm 0,004$ (à 95 %)	Épaisseur (mm) $\pm 0,004$ (à 95 %)	Surface (mm <sup>2</sup> ) $\pm 0,047$ (à 95 %)
1	20,042	12,054	241,586
2	20,173	12,051	243,105
3	20,060	12,050	241,723
4	20,037	12,030	241,045

Les éprouvettes sont usinées dans de l'acier 4340 ayant préalablement subi une trempe à l'huile et un revenu de deux heures à 425 °C. Les caractéristiques mécaniques alors obtenues ont été déterminées par trois tests de traction et sont répertoriées au tableau 3.2. De plus, un test de dureté a également été réalisé et le coefficient de Poisson  $\nu$  a été déterminé durant les essais de traction à partir des déformations mesurées par les rosettes. Les incertitudes expansées de ces paramètres sont présentées pour une loi de répartition *a priori* normale et un niveau de confiance de 95 %.

Tableau 3.2 Propriétés mécaniques et incertitudes expansées du matériau des éprouvettes.

E (MPa)	$\nu$	Re (MPa)	Rm (MPa)	A %	HRC
208 650 $\pm 2\,427$	0,305 $\pm 0,002$	1 017 $\pm 4$	1 173 $\pm 16$	23,1 $\pm 1,8$	35 $\pm 2$

L'utilisation d'éprouvettes à section rectangulaire permet d'obtenir un champ de déplacements simple dont les incertitudes peuvent facilement être déterminées. Cependant, ce champ de déplacements représente peu les champs de déplacements complexes qui peuvent être observés sur certaines structures. Des encoches ont donc été réalisées sur les éprouvettes pour valider la MNEIM sur des champs de déplacements plus complexes.

### 3.2.1.2 Éprouvettes à encoches

Deux encoches semi-cylindriques de rayon 5 mm ont été usinées au centre de chaque flanc des éprouvettes initialement rectangulaires, tel qu'illustré sur le plan de la figure 3.2. Ces

encoches génèrent des champs de déplacements non uniformes le long de l'éprouvette, contrairement aux éprouvettes rectangulaires (voir la figure 3.7). Les encoches ont été réalisées après les mesures sur les éprouvettes rectangulaires, les jauges étant déjà posées. Nous considérons que l'usinage n'a pas modifié la position des jauges.

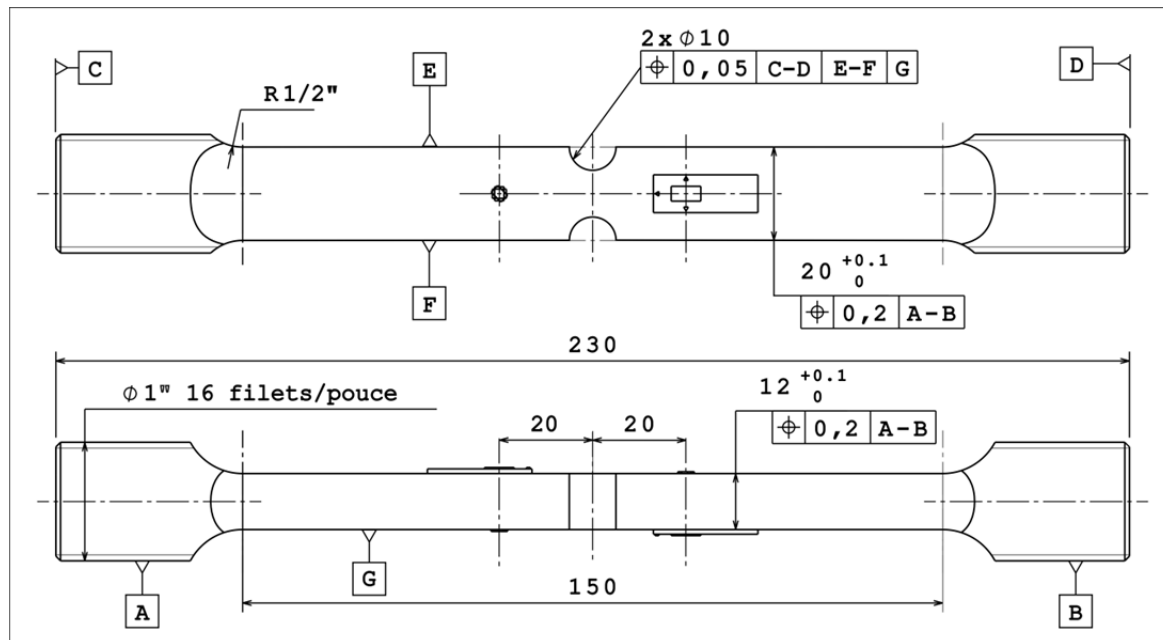


Figure 3.2 Plan des éprouvettes à encoches montées (norme ASME Y14.5)

### 3.2.2 Jauges de déformation

Une rosette à trois jauges uniaxiales superposées à  $45^\circ$  et une jauge soudée uniaxiale sont installées sur chaque face principale des éprouvettes. Les rosettes engendrent moins d'erreurs et d'incertitudes que les jauges soudées et permettent de valider les déformations estimées analytiquement et par ÉF. Elles sont positionnées de manière à obtenir la déformation longitudinale, transversale, et à  $45^\circ$  de l'éprouvette, tel qu'illustré sur le plan de la figure 3.1. Les jauges soudées uniaxiales sont quant à elles alignées suivant l'axe longitudinal de l'éprouvette. De plus, un type de rosette et deux types de jauges soudées sont utilisés. Les différences entre les jauges soudées se trouvent principalement sur leurs dimensions de plaque porteuse et de grille de jauge, ainsi que sur la position de la jauge



sur la plaque porteuse. Les deux modèles de soudages par points ('O' et 'U') sont également expérimentés.

### 3.2.2.1 Rosettes

Les rosettes utilisées sont référencées WK-06-060WR-350 (fournisseur : VISHAY Micro-Measurements®, voir la fiche signalétique en annexe I, p. 123). Pour une simplification d'écriture, ces rosettes sont référencées WK dans la suite de ce mémoire. Elles sont composées de trois jauges uniaxiales superposées à 45° dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau 3.3.

Ces rosettes ont été installées suivant la procédure de l' *Instruction Bulletin B-127-4* du fournisseur VISHAY Micro-Measurements® (Vishay Micro-Measurements, 2005b). La pose a été réalisée en laboratoire par un opérateur qualifié, dans un environnement propre et contrôlé afin de minimiser les erreurs humaines et environnementales.

Tableau 3.3 Caractéristiques des rosettes utilisées

Caractéristiques	Valeurs
Jauge	WK
Longueur de grille (mm)	1,52
Largeur de grille (mm)	1,52
Nombre de lignes de grille	16
Résistance ( $\Omega$ )	$350,0 \pm 0,5 \%$
Facteur de jauge K	$2,06 \pm 1 \%$
Sensibilité transversale Kt	$(-0,8 \pm 0,2) \%$
Coefficient de variation thermique du facteur de jauge ( $\%/100^\circ\text{C}$ )	$1,0 \pm 0,2$
Influence de la température	Auto-compensée

### 3.2.2.2 Jauges soudées uniaxiales

Les deux types de jauges soudées utilisées sont référencées CEA-06-W250A-350 et LWK-06-W250B-350 (fournisseur : VISHAY Micro-Measurements®). Elles sont illustrées dans la figure 3.3 et leur fiche signalétique est disponible en annexe II, p. 125. De plus, les caractéristiques nominales de ces jauges sont résumées dans le tableau 3.4. Pour des simplifications d'écriture, ces jauges sont référencées respectivement CEA et LWK dans la suite de ce mémoire.

Les jauges soudées ont été posées dans les mêmes conditions que les jauges collées, et suivant la procédure *Application Note B-131-5* de la compagnie VISHAY Micro-Measurements® (Vishay Micro-Measurements, 2005a). Les deux modèles de soudage, 'O' et 'U', sont réalisés sur les jauges CEA. Par contre, les jauges LWK peuvent être soudées suivant le modèle de soudage en 'U' seulement car les fils d'alimentation de la jauge empêchent le soudage de leur côté.

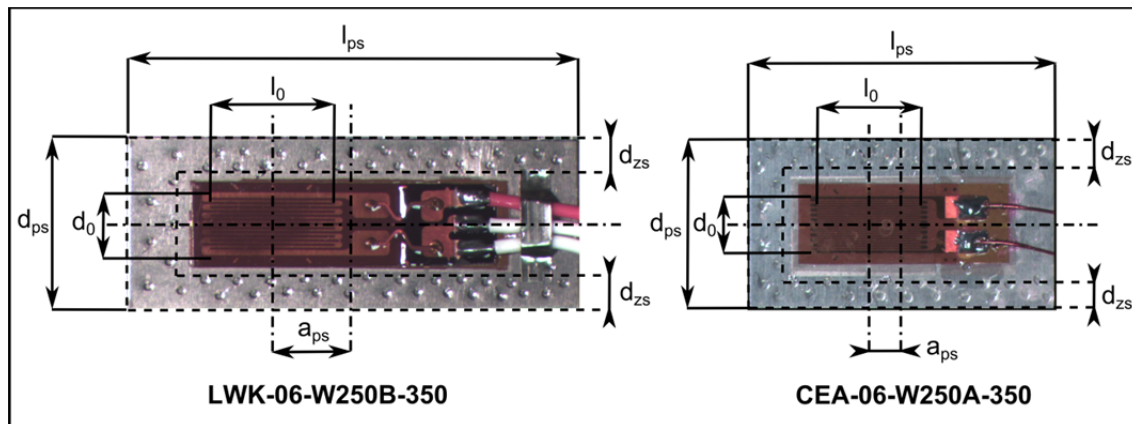


Figure 3.3 Jauges soudées utilisées pour les expérimentations

Tableau 3.4 Caractéristiques nominales des jauges soudées expérimentales

Caractéristiques	Symbole	LWK	CEA
Longueur grille active (mm)	$l_0$	6,35	5,84
Largeur grille active (mm)	$d_0$	3,18	3,18
Longueur plaque porteuse (mm)	$l_{ps}$	22,4	16,0
Largeur plaque porteuse (mm)	$d_{ps}$	8,1	8,6
Épaisseur plaque porteuse (mm)	$e_{ps}$	0,13	0,13
Décalage Centre plaque porteuse – Centre jauge (mm)	$a_{ps}$	4,2	2,0
Largeur zone soudée (estimée, en mm)	$d_{zs}$	1,7	1,7
Nombre de lignes de grille	$n$	12	20
Résistance ( $\Omega$ )	$R$	$350,0 \pm 0,4 \%$	$350,0 \pm 0,4 \%$
Facteur de jauge	$K$	$2,04 \pm 1,0 \%$	$2,10 \pm 0,5 \%$
Sensibilité transversale	$K_t$	$(-4 \pm 0,2) \%$	$(0,2 \pm 0,2) \%$
Coefficient de variation thermique du facteur de jauge ( $\%/100^\circ\text{C}$ )	$C_T$	$1,0 \pm 0,2$	$1,2 \pm 0,2$
Influence de la température		Auto-compensée	Auto-compensée

### 3.2.3 Matériel utilisé et conditions expérimentales

Le matériel utilisé lors de l'expérimentation est le suivant :

- 4 éprouvettes rectangulaires, puis usinées avec des encoches;
- 8 rosettes WK;
- 5 jauges soudées LWK;
- 3 jauges soudées CEA;
- Machine de traction Instron 8502 (capacité : 100kN), avec montage auto-centreur (voir figure 3.4);
- Système d'acquisition 6 000, scanner model 6100 avec cartes d'acquisition pour jauges de déformation model 6010A (utilisées en '*normal range mode*'), VISHAY MicroMeasurement®;
- Microscope électronique avec système d'acquisition d'image par caméra CLEMEX;
- Micromètre (étendue : 0 - 1 pouce);
- Matériel nécessaire à la pose des jauges de déformation collées et soudées, défini dans les procédures VISHAY (Vishay Micro-Measurements, 2005a; 2005b).

Le montage expérimental est réalisé sur la machine de traction. Les éprouvettes sont vissées dans les mors prévus à cet effet et les jauges sont branchées au système d'acquisition. Le chargement peut alors être appliqué et les mesures sont enregistrées.

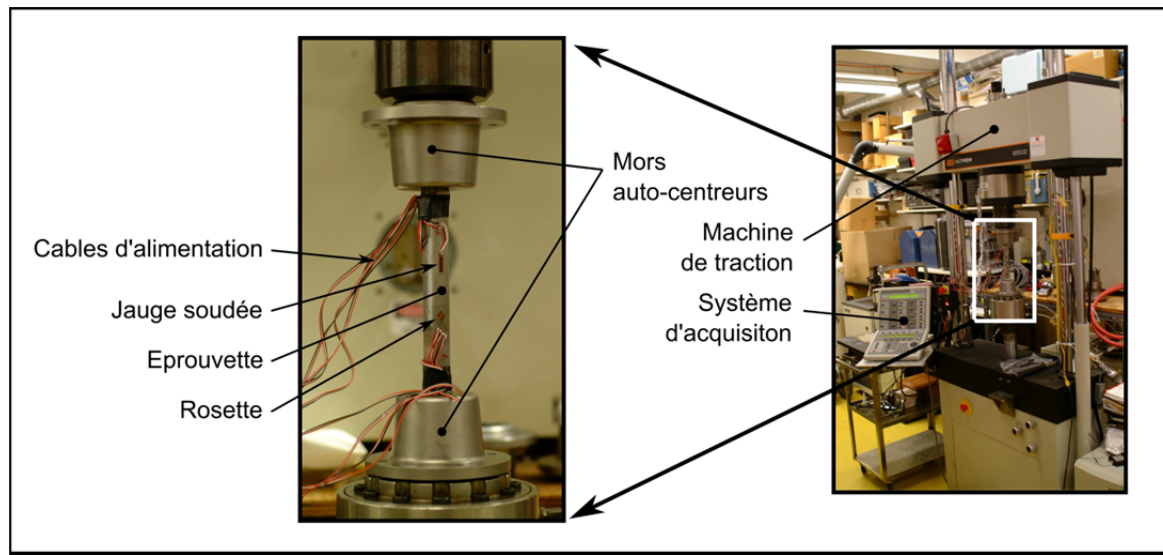


Figure 3.4 Montage expérimental

La répartition des jauges sur les quatre éprouvettes, ainsi que leur modèle de soudage, sont présentés dans le tableau 3.5. Les éprouvettes 1 et 2 possèdent les mêmes jauges soudées LWK et permettent de vérifier la répétabilité des mesures entre les éprouvettes. L'éprouvette 3 est mixte, avec une jauge LWK et une jauge CEA. Enfin, l'éprouvette 4 permet de comparer les deux modèles de soudage pour les jauges CEA.

Les expérimentations ont été réalisées au sein de l'Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ), en laboratoire et dans un environnement contrôlé. La température du laboratoire a été maintenue constante à 22,4°C et les conditions expérimentales sont considérées comme identiques pour toutes les mesures. Enfin, les éprouvettes sont soumises à plusieurs cycles de chargements afin d'analyser le comportement des jauges.

Tableau 3.5 Répartition des jauges sur les éprouvettes expérimentales

Éprouvettes	Faces	Jauges soudées	Modèles de soudage	Rosettes
1 - 1e	A	LWK	U	WK
	B	LWK	U	WK
2 - 2e	A	LWK	U	WK
	B	LWK	U	WK
3 - 3e	A	LWK	U	WK
	B	CEA	U	WK
4 - 4e	A	CEA	U	WK
	B	CEA	O	WK

### 3.2.4 Chargements des éprouvettes

Lors des expérimentations, les éprouvettes ont été soumises à des chargements de traction puis de compression. Ces chargements sont appliqués par paliers, avec les caractéristiques présentées dans la figure 3.5. Chaque palier a une durée d'environ 30 secondes pour permettre la stabilisation du système, et les déformations sont mesurées toutes les demi-secondes. Huit cycles ont été réalisés pour vérifier la répétabilité des mesures. Cependant, seuls les trois derniers cycles sont utilisés pour chaque mesure, afin de minimiser l'effet d'hystérésis présent dans les premiers cycles.

Les paliers à 0 kN en début et fin de cycle permettent de déterminer une éventuelle hystérésis et un décalage aux conditions de calibration des jauges de déformation. Seuls les paliers à 80 kN et -40 kN sont étudiés pour les éprouvettes rectangulaires, et les paliers à 40 kN et -20 kN pour les éprouvettes à encoches. Les analyses ÉF des éprouvettes ont été réalisées pour ces chargements et permettent d'obtenir les champs de déplacements nécessaires à l'application de la MNEIM. Cependant, les déformations et leurs incertitudes peuvent tout d'abord être déterminées analytiquement pour les éprouvettes rectangulaires.

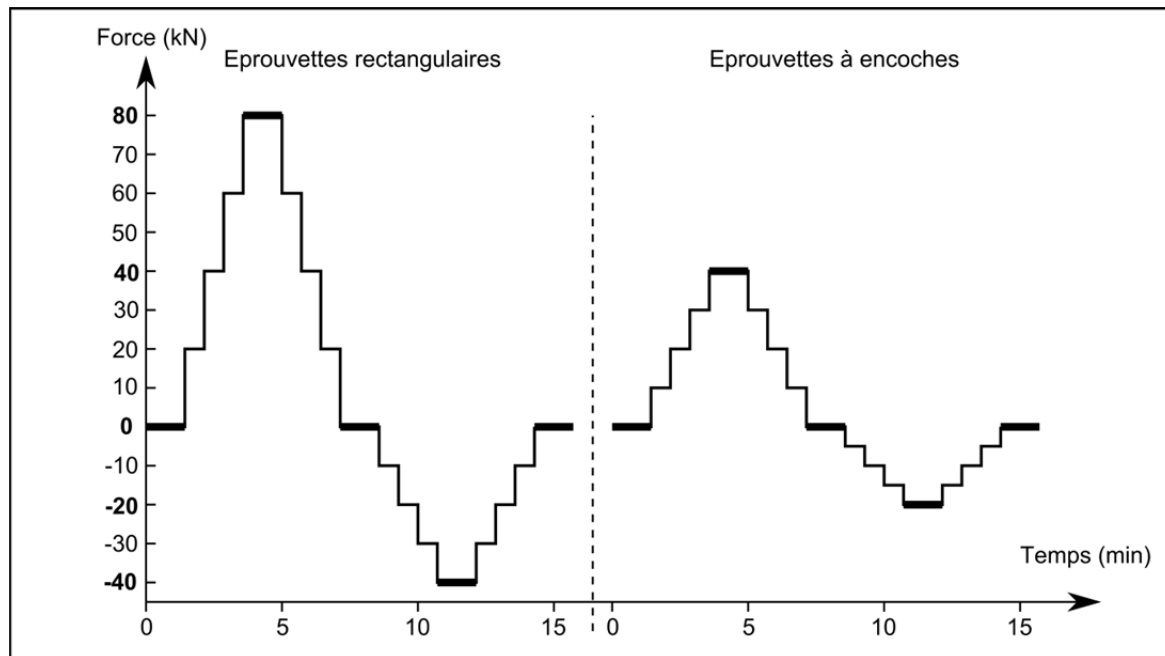


Figure 3.5 Cycles de chargements imposés sur les éprouvettes expérimentales

### 3.3 Détermination analytique des déformations

#### 3.3.1 Calcul analytique de la déformation des éprouvettes rectangulaires

Les déformations à l'emplacement cible des jauges sur les éprouvettes rectangulaires peuvent être déterminées analytiquement grâce à la théorie des poutres. En effet, ces éprouvettes, de section 12 x 20 mm et de longueur 150 mm peuvent facilement être assimilées à une poutre. La déformation longitudinale analytique  $\varepsilon_a$  est ainsi déterminée par l'équation 3.1 :

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{SE} = \frac{F}{L_{ep}e_{ep}E} \quad (3.1)$$

Avec  $\sigma$  représentant la contrainte normale appliquée (MPa),  $E$  le module d'Young de l'éprouvette (MPa),  $F$  la force appliquée sur l'éprouvette (N),  $S$  la surface de la section rectangulaire de l'éprouvette ( $mm^2$ ), et  $L_{ep}$  et  $e_{ep}$  respectivement la longueur et l'épaisseur

de l'éprouvette à l'emplacement de la jauge ( $mm$ ). L'ensemble de ces caractéristiques ont été déterminées dans les tableaux 3.1 et 3.2. Les déformations analytiques alors obtenues pour chaque éprouvette sont résumées dans le tableau 3.7. Il est ensuite possible de déterminer leurs incertitudes.

### 3.3.2 Incertitudes des déformations analytiques des éprouvettes rectangulaires

L'incertitude sur la déformation analytique est déterminée avec la loi de propagation des incertitudes. Les variables  $F$ ,  $L_{ep}$ ,  $e_{ep}$  et  $E$  sont considérées indépendantes et non corrélées. Ainsi, l'incertitude standard sur la déformation  $u(\varepsilon_a)$  est déterminée par l'équation 3.2 :

$$u^2(\varepsilon_a) = \left( \frac{1}{L_{ep}e_{ep}E} \right)^2 u^2(F) + \left( \frac{-F}{L_{ep}^2e_{ep}E} \right)^2 u^2(L_{ep}) + \left( \frac{-F}{L_{ep}e_{ep}^2E} \right)^2 u^2(e_{ep}) + \left( \frac{-F}{L_{ep}e_{ep}E^2} \right)^2 u^2(E) \quad (3.2)$$

Les méthodes de détermination et les valeurs des incertitudes de chacune des variables  $u(F)$ ,  $u(L_{ep})$ ,  $u(e_{ep})$  et  $u(E)$  sont résumées dans le tableau 3.6. Enfin, les déformations en surface et leur incertitude expansée sont présentés dans le tableau 3.7; elles sont calculées avec un niveau de confiance de 95 %.

Pour les éprouvettes à encoches, l'expression analytique des champs de déformations et de leurs incertitudes, à la position cible de la jauge, n'est pas aussi simple à déterminer et ne sera pas développée dans ce mémoire (voir section 3.4.2.2). Enfin, les analyses ÉF de chaque éprouvette sont réalisées, et permettent, par la suite, l'application de la MNEIM.

Tableau 3.6 Détermination des incertitudes des déformations analytiques

Paramètres	Remarques	Incertitudes
$F$	Incertitudes de la machine de traction utilisée.	$U(F) \pm 1 \% F$ à 95 %, $u(F) = 0,5 \% F$ $u(F = 80 \text{ kN}) = 400 \text{ N}$
$L_{ep}$	Mesurée au micromètre (Office des normes générales du Canada, 1996).	$U(L_{ep}) = \pm 0,004 \text{ mm}$ à 95 %, $u(L_{ep}) = 0,002 \text{ mm}$
$e_{ep}$	Mesurée au micromètre (Office des normes générales du Canada, 1996).	$U(e_{ep}) = \pm 0,004 \text{ mm}$ à 95 %, $u(e_{ep}) = 0,002 \text{ mm}$
$E$	Incertitude déterminée avec 3 tests de traction (DaimlerChrysler Corporation, Ford Motor Company et General Motors Corporation, 2002).	Étendue : $a = 2\,303 \text{ MPa}$ $u(E) = \frac{2\,303}{1,912} = 1\,214 \text{ MPa}$

Tableau 3.7 Déformations longitudinales  $\varepsilon_a$  obtenues avec la méthode analytique

Force (kN)	Éprouvette rectangulaire - $\varepsilon_a$ ( $\mu\varepsilon \pm 2u$ à 95 %)			
	1	2	3	4
$80 \pm 0,8$	$1\,587 \pm 24$	$1\,577 \pm 24$	$1\,586 \pm 24$	$1\,591 \pm 24$
$-40 \pm 0,4$	$-794 \pm 12$	$-789 \pm 12$	$-793 \pm 12$	$-795 \pm 12$

### 3.4 Analyse ÉF des éprouvettes

#### 3.4.1 Condition et résultats des analyses ÉF

Les simulations ÉF ont été réalisées avec le logiciel ANSYS Mechanical APDL 14.0. Le module de Young et le coefficient de Poisson utilisés sont ceux déterminés par les essais de traction, respectivement 208 650 MPa et 0,305. De plus, les dimensions des sections du modèle ÉF de chacune des éprouvettes ont été ajustées aux dimensions mesurées présentées dans le tableau 3.1. Le maillage des éprouvettes est réalisé avec des éléments SOLID186, définis par 20 nœuds avec trois degrés de liberté en translation par nœud. Des analyses de convergence ont déterminé les dimensions optimales des éléments à 1 mm. Le maillage est présenté dans la figure 3.6. Seules les parties supérieures des éprouvettes sont



présentées, les parties inférieures sont symétriques. Chaque éprouvette possède trois plans de symétrie et le modèle ÉF est réalisé en tenant compte de ces plans de symétries. Ainsi, seulement  $1/8^{\text{ème}}$  de chaque éprouvette est modélisé. Le plan de section centrale de l'éprouvette est contraint en déplacement nul suivant la longueur de l'éprouvette et les conditions de symétrie sur les deux autres plans sont ajoutées. Finalement, le chargement est modélisé par une force appliquée dans le sens longitudinal de l'éprouvette, uniformément répartie sur l'ensemble des points de la surface cylindrique supérieure du modèle ÉF.

Un nœud ÉF est positionné à la position cible des jauges. Les déformations ÉF obtenues à ce nœud et dans la direction de l'axe longitudinal de l'éprouvette (axe cible) sont présentées dans le tableau 3.8, pour chaque éprouvette. Ces déformations sont utilisées pour la comparaison avec les mesures expérimentales. Enfin, les données nécessaires à l'application de la MNEIM sont récupérées de ces modèles ÉF.

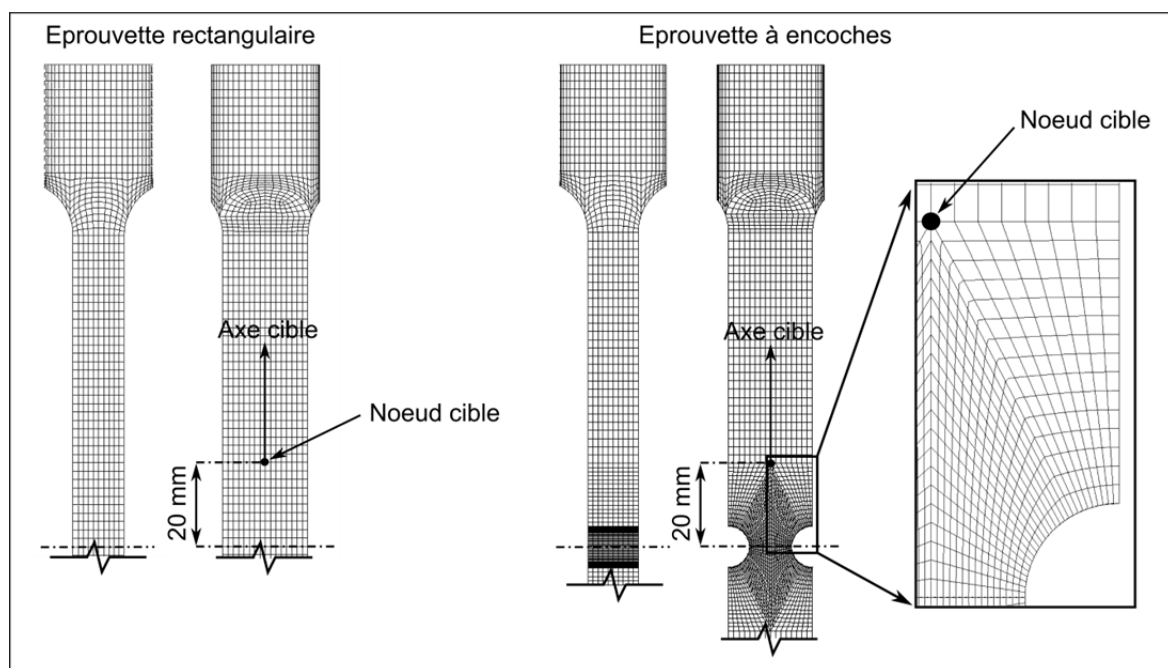


Figure 3.6 Maillage ÉF des éprouvettes expérimentales

Tableau 3.8 Déformations ÉF  $\varepsilon_{EF}$  aux nœuds cibles pour les éprouvettes expérimentales

Forces (kN)	Éprouvettes rectangulaires - $\varepsilon_{EF}$ ( $\mu\varepsilon$ )			
	1	2	3	4
80	1 587	1 577	1 586	1 591
- 40	- 794	- 789	- 793	- 795
Forces (kN)	Éprouvettes à encoches - $\varepsilon_{EF}$ ( $\mu\varepsilon$ )			
	1e	2e	3e	4e
40	831	827	831	833
- 20	- 416	- 413	- 415	- 416

Nous remarquons que pour les éprouvettes rectangulaires, les déformations obtenues par ÉF sont identiques aux déformations obtenues par la méthode analytique. Il est également intéressant de signaler que la contrainte maximale de Von Mises estimée par le modèle ÉF est obtenue pour l'éprouvette à encoche 4e et atteint 537 MPa. Elle ne dépasse pas la limite d'écoulement du matériau des éprouvettes de 1 017 MPa. Il y a donc peu de risques de plastification des éprouvettes pouvant entraîner des biais permanents sur les mesures des jauges. Enfin, les champs de déplacements obtenus par ÉF sur les surfaces des éprouvettes sont présentés dans la figure 3.7. Ces champs de déplacements sont uniformes le long des éprouvettes rectangulaires et sont moins complexes que ceux obtenus sur les éprouvettes à encoches.

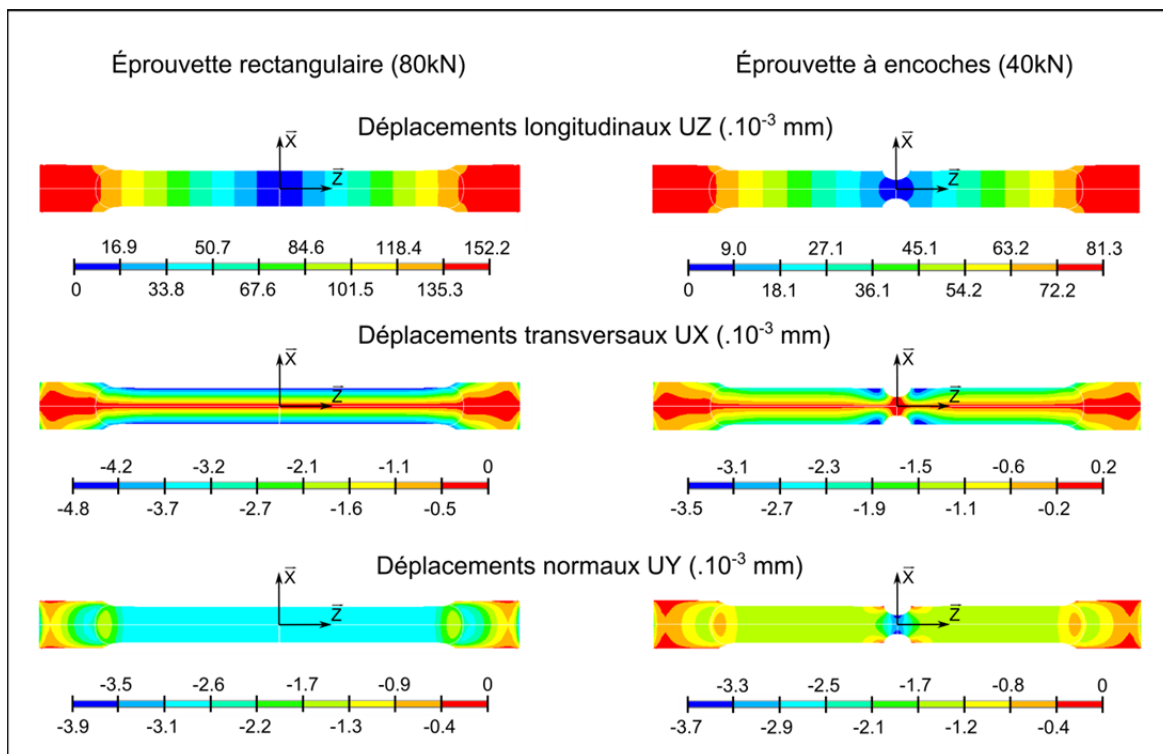


Figure 3.7 Champs de déplacements des éprouvettes déterminés par analyses ÉF

### 3.4.2 Incertitudes sur les déformations ÉF

#### 3.4.2.1 Éprouvettes rectangulaires

Les incertitudes sur les déformations ÉF sont généralement difficiles à déterminer, car dépendent de nombreux paramètres. Cependant, pour les éprouvettes rectangulaires, la géométrie, les conditions limites et le chargement restent très simples, et les incertitudes ÉF de types A) et C) peuvent être considérées comme négligeables. Les incertitudes de type B), notamment sur les caractéristiques du matériau et les dimensions des éprouvettes, correspondent aux incertitudes utilisées pour la détermination analytique des déformations. Ainsi, les incertitudes sur les déformations ÉF des éprouvettes rectangulaires peuvent raisonnablement être assimilées aux incertitudes des déformations analytiques, présentées dans le tableau 3.7.

### 3.4.2.2 Éprouvettes à encoches

Le champ de déformations en surface des éprouvettes à encoches et dans une zone à proximité de la position cible ne peut pas être déterminé analytiquement de la même manière que pour les éprouvettes rectangulaires (Griffin et Varga, 1963; Ling, Pasadena et Calif, 1947; Poritsky, Snively et Wylie, 1939). Les incertitudes sur les valeurs ÉF ne peuvent donc pas être assimilées à celles déterminées analytiquement. Cependant, les éprouvettes à encoches sont plus complexes et comportent instinctivement plus de sources d'incertitudes (dimensions et positionnement des encoches, symétrie, etc.). Nous faisons alors l'hypothèse que les incertitudes des déformations ÉF des éprouvettes à encoches sont plus grandes que celles obtenues sur des éprouvettes rectangulaires soumises aux mêmes conditions. Les incertitudes sur les déformations ÉF des éprouvettes à encoches sont alors déterminées comme si les éprouvettes étaient rectangulaires. Cela minimise les incertitudes, mais nous place dans un cas plus défavorable pour la validation de la MNEIM. En effet, si, lors de la comparaison avec les déformations mesurées (voir figure 3.9), la MNEIM est validée alors que les incertitudes sont minimisées, elle sera également validée avec des incertitudes plus élevées. Ainsi, les déformations ÉF des éprouvettes à encoches et leurs incertitudes sont présentées dans le tableau 3.9.

Tableau 3.9 Déformations ÉF  $\varepsilon_{EF}$  et incertitudes des éprouvettes à encoches

Forces (kN)	Éprouvettes à encoches - $\varepsilon_{EF}$ ( $\mu\varepsilon \pm 2u$ à 95 %)			
	1e	2e	3e	4e
40	$831 \pm 12$	$827 \pm 12$	$831 \pm 12$	$833 \pm 12$
- 20	$- 416 \pm 6$	$- 413 \pm 6$	$- 415 \pm 6$	$- 416 \pm 6$

Les déformations et leurs incertitudes ont été déterminées par la méthode analytique et par analyses ÉF. Les incertitudes de mesures peuvent maintenant être déterminées par l'application de la MNEIM. Enfin, les mesures permettront de valider ou non la méthode.

### 3.5 Application de la MNEIM à la validation expérimentale

La MNEIM permet d'estimer les corrections et incertitudes des mesures expérimentales en prenant en compte le comportement de la plaque porteuse pour les jauges soudées, l'erreur d'intégration, la sensibilité transversale de la jauge et l'incertitude sur son positionnement et ses dimensions. Cependant, les erreurs de positionnement et les dimensions des jauges sont, ici, mesurées et intégrées directement dans le modèle numérique. Ainsi, l'incertitude sur le positionnement et les dimensions des jauges correspond à l'incertitude de leur méthode de mesure.

#### 3.5.1 Conditions de l'application

Les positions de chacune des jauges ont été mesurées avec un microscope électronique (par macrographie) et sont présentées dans le tableau 3.10. À partir des macrographies réalisées, il est possible de mesurer la position longitudinale par rapport au centre des encoches de l'éprouvette et la position transversale par rapport au plan médian des bords de l'éprouvette. De plus, l'orientation angulaire entre l'axe de la jauge et l'axe de l'éprouvette peut également être mesurée sur les macrographies.

À titre d'exemple, la macrographie de la figure 3.8 représente les mesures réalisées pour déterminer le positionnement de la rosette de la face A de l'éprouvette 2e. Il est à noter que du gel de protection a été appliqué pour protéger la jauge lors de l'usinage des encoches. Ce gel peut altérer les mesures de position car il empêche la bonne définition des bords de l'éprouvette. Cependant, les mesures des positions transversales et angulaires ont été réalisées avant l'application de ce gel, les bords de l'éprouvette étant alors clairement définis. Par ailleurs, nous admettons une incertitude expansée de  $\pm 0,1$  mm sur les positions longitudinales et transversales, et de  $\pm 0,3^\circ$  sur l'orientation angulaire. Les erreurs de positionnement mesurées et leurs incertitudes sont finalement introduites directement dans le modèle numérique de la MNEIM.

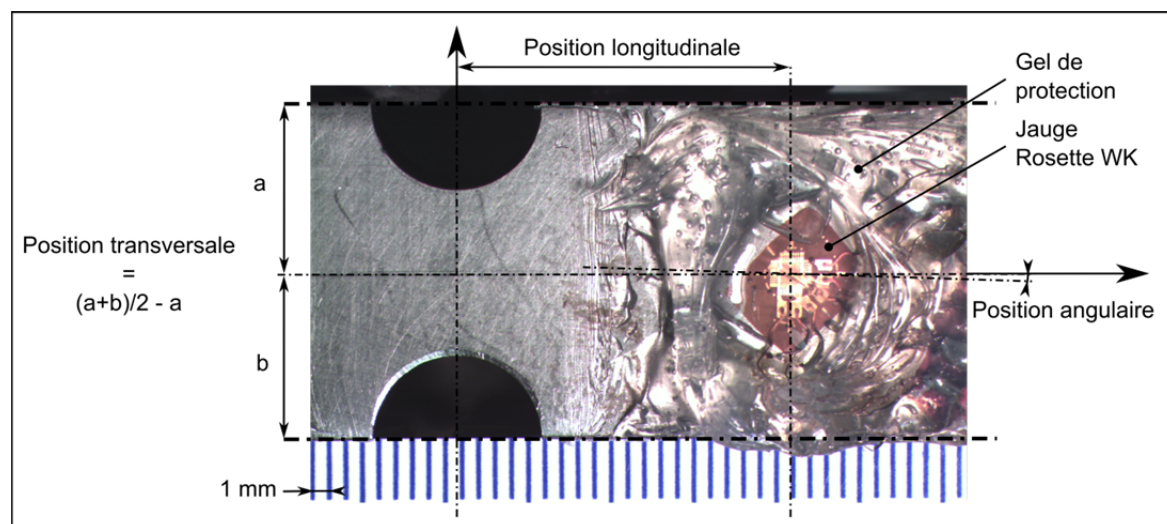


Figure 3.8 Mesure de la position des jauges sur les éprouvettes

Tableau 3.10 Positions des jauges sur les éprouvettes

Éprouvettes	Faces	Jauges	Positions longitudinales (mm) ± 0,1 à 95 %	Positions transversales (mm) ± 0,1 à 95 %	Orientations angulaires (°) ± 0,3 à 95 %
1	A	WK	20,34	- 0,08	- 0,62
		LWK	20,49	0,08	0,47
	B	WK	20,33	- 0,12	- 0,60
		LWK	20,08	0,16	- 0,48
2	A	WK	20,00	0,15	- 0,48
		LWK	20,18	0,33	- 0,72
	B	WK	20,23	- 0,14	2,73
		LWK	20,18	0,10	- 1,19
3	A	WK	20,39	- 0,31	0,00
		LWK	20,15	0,00	- 1,16
	B	WK	20,44	- 0,29	0,25
		CEA	20,32	0,20	0,25
4	A	WK	20,15	- 0,42	0,13
		CEA	20,40	0,17	0,00
	B	WK	20,27	- 0,18	0,42
		CEA	20,02	0,11	0,24

Les macrographies sont également utilisées pour mesurer les dimensions des jauges soudées, présentées dans le tableau 3.11, et dont les incertitudes expansées sont aussi de  $\pm 0,1$  mm à 95 %. Ces dimensions et incertitudes sont utilisées directement dans le modèle numérique. Pour les rosettes WK, les dimensions mesurées de la grille de la jauge ne diffèrent pas significativement des dimensions nominales, et ces dernières sont alors utilisées dans la MNEIM. Ainsi, les simulations sont ajustées au plus proche des dimensions de chacune des jauges. De même, les sensibilités transversales et leur incertitude utilisées lors de l'application de la MNEIM proviennent des données du fournisseur pour chaque jauge (voir tableaux 3.3 et 3.4). Enfin, le nombre d'éléments utilisés lors de l'analyse ÉF de la plaque porteuse dans le modèle numérique est de 551 (29 x 19) pour toutes les jauges soudées, et le modèle de soudage est ajusté suivant les données du tableau 3.5.

Tableau 3.11 Dimensions des jauges soudées mesurées et utilisées dans le modèle numérique de la MNEIM

Caractéristiques (mm ) $\pm 0,1$ à 95 %	Éprouvette 1		Éprouvette 2		Éprouvette 3		Éprouvette 4	
	LWK Face A	LWK Face B	LWK Face A	LWK Face B	LWK Face A	CEA Face B	CEA Face A	CEA Face B
Longueur grille	6,38	6,37	6,41	6,41	6,40	5,88	5,89	5,88
Largeur grille	2,68	2,62	2,69	2,64	2,61	2,88	2,92	2,86
Longueur plaque porteuse	21,11	23,15	23,19	23,02	22,68	17,06	17,43	16,60
Largeur plaque porteuse	8,85	8,61	8,44	8,64	8,56	9,13	9,55	8,90
Décalage centre plaque porteuse - centre jauge	4,08	4,17	3,92	4,12	3,91	2,04	1,86	1,87
Largeur zone soudée	1,76	1,72	1,70	1,68	1,72	1,46	1,72	1,62

### 3.5.2 Incertitudes des déformations déterminées par la MNEIM

Les dimensions et les positions mesurées, ainsi que leur sensibilité transversale, sont intégrées dans le modèle numérique. L'ensemble de ces paramètres sont générés aléatoirement par une loi uniforme bornée par leur incertitude expansée. Il est à noter que les faibles erreurs et incertitudes de positionnement longitudinal et transversal n'ont aucune influence dans le cas des éprouvettes rectangulaires à cause de l'uniformité des champs de déformations. Cependant, elles sont influentes dans le cas des éprouvettes à encoches.

Certaines incertitudes s'ajoutent à la MNEIM, comme l'incertitude des propriétés mécaniques de la plaque porteuse des jauges soudées. Son module de Young ne modifie pas les champs de déplacements, mais le coefficient de Poisson peut les influencer. Une analyse de sensibilité montre que ce paramètre fait varier la déformation finale mesurée par la jauge soudée de moins de 3  $\mu\epsilon$  s'il s'étend entre 0.28 et 0.32. Enfin,  $5 \times 10^3$  simulations sont réalisées lors de la boucle Monte Carlo, et les corrections et incertitudes sur les mesures sont finalement obtenues par la MNEIM.

Nous l'avons souvent mentionné, la MNEIM se base sur les résultats des modèles ÉF. Dans le cas de la validation expérimentale, leurs incertitudes ont été déterminées à la section 3.4.2. Il est alors possible de les prendre en compte dans l'incertitude obtenue par l'application de la MNEIM avec l'équation 3.3. Cette équation peut être utilisée ici car il est acceptable de considérer que les incertitudes se propagent linéairement en fonction des paramètres d'entrées, pour les deux types d'éprouvettes, et au point de mesure. L'incertitude standard corrigée de la MNEIM  $u(\epsilon_{MNEIMc})$  prend alors en compte l'incertitude sur la déformation obtenue par la MNEIM  $u(\epsilon_{MNEIM})$  et l'incertitude sur la déformation ÉF  $u(\epsilon_{EF})$ .

$$u(\epsilon_{MNEIMc}) = \sqrt{u^2(\epsilon_{MNEIM}) + u^2(\epsilon_{EF})} \quad (3.3)$$



### 3.5.3 Résultats de la MNEIM appliquée sur les éprouvettes

Le tableau 3.12 résume les déformations et leurs incertitudes obtenues avec la MNEIM pour toutes les jauges. Les déformations présentées correspondent aux médianes des distributions obtenues par le modèle numérique de la MNEIM. Les incertitudes expansées sont données pour une loi de distribution normale et un niveau de confiance de 95 %.

Les résultats montrent que les incertitudes corrigées obtenues sont très proches des incertitudes obtenues par la méthode des ÉF. Cela s'explique par les très faibles incertitudes obtenues par MNEIM (quelques  $\mu\epsilon$  seulement), dues aux faibles incertitudes de ses paramètres d'entrées. Ces incertitudes ont été minimisées, entres autres, par la mesure de la position et des dimensions des jauges.

Tableau 3.12 Déformations et incertitudes expansées corrigées évaluées par la MNEIM sur les éprouvettes

Éprouvettes (Charges)	Déformations $\epsilon_{MNEIMc}$ ( $\mu\epsilon \pm 2u(\epsilon_{MNEIMc})$ à 95 %)			
	Faces A		Faces B	
	Rosettes WK jauges longitudinales	Jauges soudées	Rosettes WK jauges longitudinales	Jauges soudées
1 (80 kN)	1 587 $\pm$ 24	1 555 $\pm$ 25	1 587 $\pm$ 24	1 559 $\pm$ 24
2 (80 kN)	1 577 $\pm$ 24	1 551 $\pm$ 24	1 573 $\pm$ 24	1 546 $\pm$ 24
3 (80 kN)	1 586 $\pm$ 24	1 555 $\pm$ 25	1 586 $\pm$ 24	1 419 $\pm$ 25
4 (80 kN)	1 590 $\pm$ 24	1 415 $\pm$ 26	1 590 $\pm$ 24	1 591 $\pm$ 26
1 (-40 kN)	- 793 $\pm$ 12	- 777 $\pm$ 12	- 793 $\pm$ 12	- 780 $\pm$ 12
2 (-40 kN)	- 788 $\pm$ 12	- 775 $\pm$ 12	- 786 $\pm$ 12	- 773 $\pm$ 12
3 (-40 kN)	- 793 $\pm$ 12	- 778 $\pm$ 12	- 793 $\pm$ 12	- 710 $\pm$ 12
4 (-40 kN)	- 795 $\pm$ 12	- 708 $\pm$ 12	- 795 $\pm$ 12	- 795 $\pm$ 12
1e (40 kN)	828 $\pm$ 12	815 $\pm$ 12	828 $\pm$ 12	822 $\pm$ 12
2e (40 kN)	827 $\pm$ 12	817 $\pm$ 12	823 $\pm$ 12	815 $\pm$ 12
3e (40 kN)	827 $\pm$ 12	819 $\pm$ 12	827 $\pm$ 12	746 $\pm$ 13
4e (40 kN)	832 $\pm$ 12	745 $\pm$ 15	831 $\pm$ 12	835 $\pm$ 12
1e (-20 kN)	- 414 $\pm$ 6	- 407 $\pm$ 6	- 414 $\pm$ 6	- 411 $\pm$ 6
2e (-20 kN)	- 414 $\pm$ 6	- 409 $\pm$ 6	- 412 $\pm$ 6	- 408 $\pm$ 6
3e (-20 kN)	- 414 $\pm$ 6	- 410 $\pm$ 6	- 413 $\pm$ 6	- 373 $\pm$ 7
4e (-20 kN)	- 416 $\pm$ 6	- 372 $\pm$ 7	- 415 $\pm$ 6	- 418 $\pm$ 6

### 3.6 Déformations mesurées et incertitudes associées

Les déformations mesurées présentées sont les déformations moyennes mesurées par les jauges longitudinales sur les trois derniers cycles de chargement des éprouvettes. Ces déformations ont été corrigées avec : le décalage aux conditions initiales, l'influence de l'instrument de mesure, la température, et la non-linéarité du pont de Wheatstone. Les incertitudes associées à ces quatre facteurs ont été déterminées suivant les méthodes présentées dans la section 1.4, pour un niveau de confiance de 95 % et une loi de distribution *a priori* uniforme. Pour ce faire, l'ensemble des paramètres utilisés sont résumés dans le tableau 3.13. Finalement, les déformations longitudinales mesurées corrigées ainsi que leurs incertitudes sont résumées dans le tableau 3.14. Ces dernières sont ensuite comparées avec les déformations longitudinales analytiques, les déformations ÉF et les déformations estimées par la MNEIM.

Tableau 3.13 Détermination des paramètres et de leurs incertitudes utilisés pour corriger les mesures expérimentales

Paramètres (unités)	Valeurs et incertitudes standards	Remarques
Tension de sortie moyenne ( $mV.V^{-1}$ )	$\overline{V_s}$ : fonction du test $u(\overline{V_s}) = \frac{1,25.10^{-4}}{\sqrt{3}}$ $= 7,2.10^{-5}$	Déterminé à partir de la résolution de la carte d'acquisition (en mode normal).
Tension de sortie lors de la calibration ( $mV.V^{-1}$ )	$V_c = 5 \pm 1,25.10^{-4}$ $u(V_c) = \frac{1,25.10^{-4}}{\sqrt{3}}$ $= 7,2.10^{-5}$	Déterminé à partir de la résolution de la carte d'acquisition (en mode normal).
Déformation de calibration ( $\mu s$ )	$\varepsilon_c = 10^5 \pm 1$ $u(\varepsilon_c) = \frac{1}{\sqrt{3}} = 5,8.10^{-1}$	Incertitude du système d'acquisition à la calibration.
Facteur de jauge	$K = 2,04 \text{ à } 2,1$ $u(K) = \frac{0,5 \text{ à } 1 \% K}{\sqrt{3}}$	Fonction de la jauge utilisée, voir tableaux 3.3 et 3.4.
Sensibilité transversale	$K_t = -4 \text{ à } 0,2 \%$ $u(K_t) = \frac{0,2 \%}{\sqrt{3}} = 0,12 \%$	Fonction de la jauge utilisée, voir tableaux 3.3 et 3.4.

Paramètres (unités)	Valeurs et incertitudes standards	Remarques
Déformation mesurée ( $\mu s$ )	$\hat{\varepsilon}$ : dépend du test $u(\hat{\varepsilon})$ : dépend du test	Voir section 1.4.2.1.
Facteur de jauge utilisé par l'instrument de mesure	$K_I = K$ $u(K_I) = u(K)$	Fonction de la jauge utilisée.
Coefficient thermique du filament de la jauge ( $^{\circ}C^{-1}$ )	$\beta_G = 1,13.10^{-5}$ $u(\beta_G) = 0$	Spécifique au matériau du filament de la grille. (Vishay Micro-Measurements, 2010e).
Coefficient de dilatation de la structure ( $^{\circ}C^{-1}$ )	$\alpha_s = 1,08.10^{-5}$ $u(\alpha_s) = 0$	(Vishay Micro-Measurements, 2010e).
Coefficient de dilatation de la grille ( $^{\circ}C^{-1}$ )	$\alpha_g = 1,21.10^{-5}$ $u(\alpha_g) = 0$	(Vishay Micro-Measurements, 2010e).
Coefficient de Poisson utilisé par le fabricant	$\nu_o = 0,285$ $u(\nu_o) = 0$	(Vishay Micro-Measurements, 2011).
Température lors du test ( $^{\circ}C$ )	$T = 22,4 \pm 0,2$ $u(T) = \frac{0,2}{\sqrt{3}} = 0,12$	Température du laboratoire climatisé. Incertitude du climatiseur.
Température lors de la calibration ( $^{\circ}C$ )	$T_0 = 22,4 \pm 0,2$ $u(T_0) = \frac{0,2}{\sqrt{3}} = 0,12$	Température du laboratoire climatisé. Incertitude du climatiseur.
Température facteur de jauge ( $^{\circ}C$ )	$T_f = 24$ $u(T_f) = 0$	Caractéristique de la jauge, incertitude négligeable.
Coefficient de variation thermique du facteur de jauge (%/100 $^{\circ}C$ )	$C_T = -1.0^{-5} \pm 2.10^{-6}$ $u(C_T) = \frac{2.10^{-6}}{\sqrt{3}} = 1,15.10^{-6}$	Caractéristique de la jauge fournie par le constructeur.

Tableau 3.14 Déformation longitudinales mesurées expérimentalement – valeurs corrigées et incertitudes expansées – ( $\mu\epsilon$ )

Éprouvettes (Charges)	Déformations corrigées ( $\mu\epsilon \pm 2u$ à 95 %)			
	Faces A		Faces B	
	Rosettes WK jauges longitudinales	Jauges soudées	Rosettes WK jauges longitudinales	Jauges soudées
1 (80 kN)	1 575 $\pm$ 36	1 507 $\pm$ 35	1 575 $\pm$ 36	1 517 $\pm$ 35
2 (80 kN)	1 544 $\pm$ 36	1 483 $\pm$ 35	1 569 $\pm$ 36	1 533 $\pm$ 36
3 (80 kN)	1 575 $\pm$ 36	1 500 $\pm$ 35	1 579 $\pm$ 36	1 373 $\pm$ 22
4 (80 kN)	1 576 $\pm$ 36	1 397 $\pm$ 23	1 552 $\pm$ 36	1 518 $\pm$ 23
1 (-40 kN)	- 796 $\pm$ 24	- 771 $\pm$ 24	- 759 $\pm$ 24	- 738 $\pm$ 23
2 (-40 kN)	- 770 $\pm$ 24	- 742 $\pm$ 23	- 769 $\pm$ 24	- 753 $\pm$ 24
3 (-40 kN)	- 788 $\pm$ 24	- 747 $\pm$ 24	- 777 $\pm$ 24	- 673 $\pm$ 19
4 (-40 kN)	- 775 $\pm$ 24	- 695 $\pm$ 19	- 764 $\pm$ 24	- 754 $\pm$ 19
1e (40 kN)	820 $\pm$ 24	796 $\pm$ 24	814 $\pm$ 24	801 $\pm$ 24
2e (40 kN)	826 $\pm$ 24	783 $\pm$ 24	816 $\pm$ 24	787 $\pm$ 24
3e (40 kN)	832 $\pm$ 24	789 $\pm$ 24	821 $\pm$ 24	712 $\pm$ 19
4e (40 kN)	833 $\pm$ 25	704 $\pm$ 19	844 $\pm$ 25	784 $\pm$ 19
1e (-20 kN)	- 408 $\pm$ 20	- 400 $\pm$ 20	- 402 $\pm$ 20	- 399 $\pm$ 20
2e (-20 kN)	- 415 $\pm$ 20	- 393 $\pm$ 20	- 404 $\pm$ 20	- 389 $\pm$ 20
3e (-20 kN)	- 414 $\pm$ 20	- 393 $\pm$ 20	- 410 $\pm$ 20	- 355 $\pm$ 18
4e (-20 kN)	- 418 $\pm$ 20	- 349 $\pm$ 18	- 421 $\pm$ 20	- 387 $\pm$ 18

### 3.7 Résumé des résultats de la validation expérimentale de la MNEIM

Les déformations obtenues par les différentes méthodes ainsi que leurs incertitudes ont été déterminées. Les résultats pour les tests des éprouvettes rectangulaires à -40 kN et 80 kN et des éprouvettes à encoches à -20 kN et 40 kN ont été présentés individuellement pour chaque méthode dans les sections précédentes. Finalement, la figure 3.9 résume l'ensemble des résultats obtenus pour toutes les jauges.

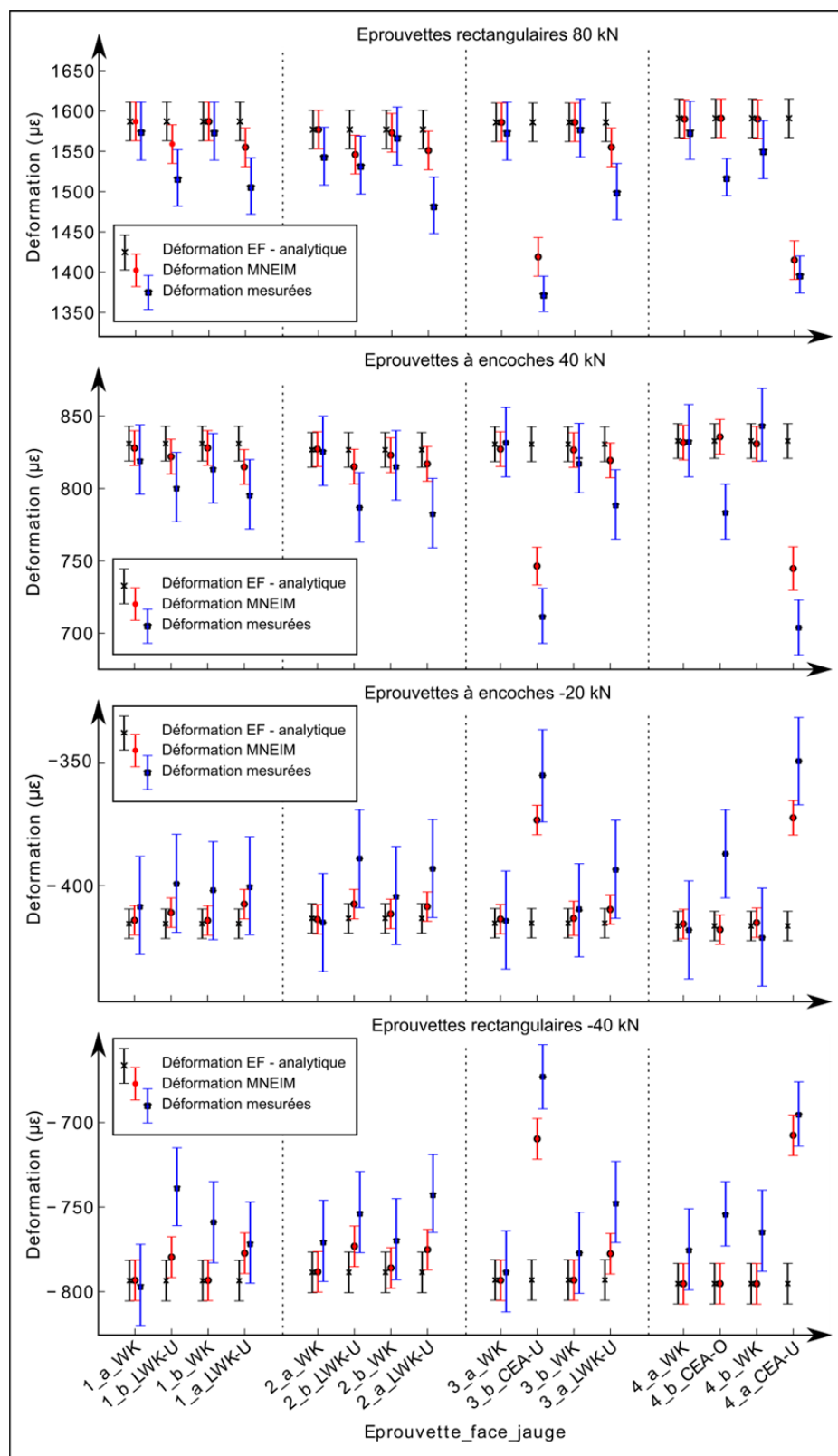


Figure 3.9 Résultats de la validation expérimentale

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de cette analyse :

- Premièrement, les déformations mesurées et les déformations obtenues par la MNEIM se croisent au moins une fois pour tous les tests, en prenant en compte leur incertitude à un niveau de confiance de 95 %;
- Une seule exception est visible pour la jauge CEA-O de la face B de l'éprouvette 4 où les mesures ne confirment pas les prévisions de la MNEIM. Pourtant, cette jauge doit valider le modèle de soudage en 'O'. Or, une seule jauge de cette configuration a été expérimentée et il n'est alors pas possible de conclure sur la validité de la méthode pour cette configuration particulière. Il faudrait refaire des expérimentations pour valider ou non le modèle de soudage en 'O';
- Il existe néanmoins une différence non négligeable entre les déformations mesurées par les deux modèles de soudages de la même jauge sur l'éprouvette rectangulaire 4. En effet, sur l'éprouvette rectangulaire à 80 kN, la jauge avec le modèle de soudage en 'O' mesure une déformation de  $1\,518 \pm 23 \mu\epsilon$  tandis que la jauge au modèle de soudage en 'U' mesure une déformation de  $1\,397 \pm 23 \mu\epsilon$ , soit une différence significative de  $121 \pm 33 \mu\epsilon$ . Une différence est également visible dans les estimations de la MNEIM : la déformation estimée pour la jauge au modèle de soudage en 'O' est de  $1\,591 \pm 26 \mu\epsilon$ , tandis qu'elle est de  $1\,415 \pm 26 \mu\epsilon$  pour la jauge au modèle de soudage en 'U', soit  $176 \pm 37 \mu\epsilon$  de différence. La déformation obtenue par la méthode analytique étant de  $1\,591 \mu\epsilon$ , il est acceptable de conclure que les jauges soudées avec un modèle en 'O' possèdent moins de corrections que celles avec un modèle en 'U';
- Les déformations mesurées par les rosettes WK possèdent moins de corrections que les jauges soudées. De plus, leurs corrections et incertitudes permettent de valider les déformations déterminées analytiquement et par ÉF. Ces expérimentations démontrent entre autres l'efficacité des jauges collées par rapport aux jauges soudées;

- Nous observons une bonne répétabilité des mesures sur chaque éprouvette, et entre les éprouvettes avec les mêmes configurations de jauge.

Finalement, les déformations expérimentales sont comparées aux déformations de la MNEIM dans la figure 3.10. Le coefficient de corrélation entre ces déformations devrait être unitaire pour pouvoir valider la méthode. Afin de prendre en compte les incertitudes des deux méthodes, des simulations Monte Carlo sont utilisées. Ainsi, à chaque simulation, les déformations sont générées aléatoirement par des lois uniformes bornées par leurs incertitudes expansées. La figure 3.10 présente la droite de régression linéaire moyenne de l'ensemble des données  $\bar{R}$  ainsi que les bornes supérieure et inférieure de l'ensemble des droites de régression linéaires obtenues avec  $10^6$  simulations.

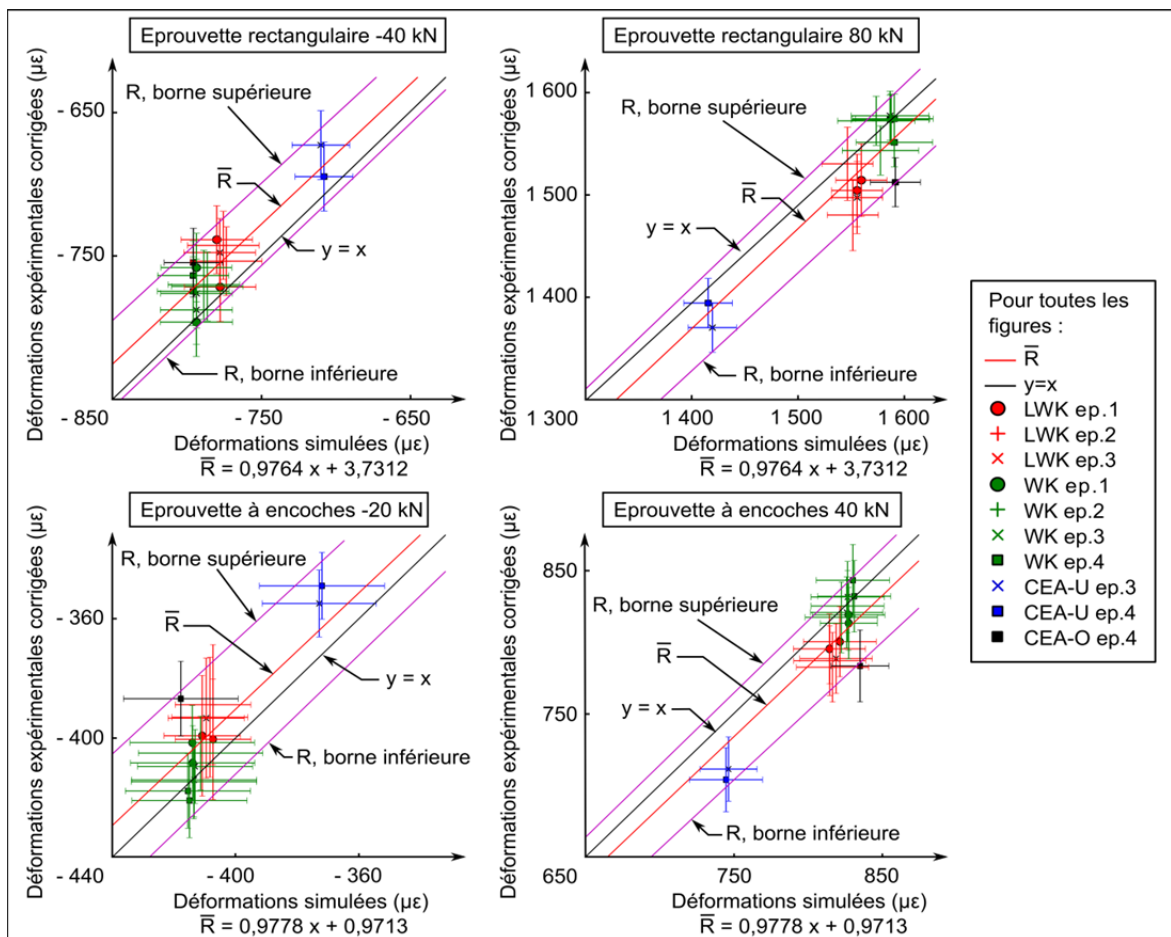


Figure 3.10 Corrélations entre les déformations mesurées et les déformations simulées

Le coefficient de corrélation moyen est de 0,976 pour les éprouvettes rectangulaires et 0,978 pour les éprouvettes à encoches. Cependant, la droite linéaire unitaire est toujours comprise entre les bornes inférieure et supérieure de la droite de régression linéaire, ce qui permet de valider la MNEIM. Enfin, il est important de rappeler que la validation est réalisée dans des conditions restrictives. En effet, les incertitudes des déformations ÉF et de la MNEIM pour les éprouvettes à encoches sont minimisées (voir section 3.4.4.2).

### **3.8 Conclusion**

La MNEIM a été appliquée sur deux types d'éprouvettes soumises à de la traction-compression, générant des champs de déplacements simples, puis complexes. Les déformations sur les éprouvettes ont été mesurées par trois types de jauges, et deux modèles de soudages ont été testés. Chaque éprouvette a été modélisée par ÉF afin de déterminer les champs de déplacements à proximité des jauges, qui ont ensuite servi à alimenter le modèle numérique de la MNEIM pour déterminer les incertitudes et biais des mesures des jauges. De plus, les déformations et leurs incertitudes ont été déterminées analytiquement pour les éprouvettes rectangulaires. L'ensemble des résultats, présentés dans les figures de la section 3.7, démontrent la capacité de la MNEIM à corroborer les mesures des jauges de déformation lorsque les champs de déplacements ÉF sont contrôlés. Ainsi, lorsque les mesures expérimentales vérifient les déformations déterminées par la MNEIM, les champs de déplacements ÉF peuvent être considérés comme étant une configuration reflétant l'état de la pièce dans les conditions des mesures expérimentales.



## **CHAPITRE 4**

### **APPLICATION DE LA MÉTHODE À UNE ROUE DE TURBINE HYDRAULIQUE**

#### **4.1 Introduction**

La MNEIM est appliquée sur une roue de turbine hydraulique. La géométrie et le chargement d'une telle structure sont complexes à déterminer et comportent inévitablement des incertitudes. La roue a premièrement fait l'objet d'une analyse par ÉF, puis des mesures par jauges de déformation soudées ont été réalisées en cinq sites différents, sur deux aubes de la roue de la turbine. Cependant, les déformations obtenues par ÉF et par les mesures diffèrent. La MNEIM est alors appliquée aux cinq sites de jauge pour déterminer les biais et incertitudes des déformations expérimentales à partir des champs de déplacements obtenus par ÉF. Il est important de souligner que les résultats obtenus sont propres à la roue étudiée.

#### **4.2 Roue de turbine étudiée**

La roue à l'étude est celle d'une turbine hydraulique de type Francis utilisée dans une centrale hydroélectrique. Une vue de cette roue est disponible à la figure 4.1. Pour des raisons de confidentialité, les données relatives à la turbine ne sont pas divulguées dans ce mémoire. De même, les niveaux de déformations réels ne sont pas fournis et toutes les déformations sont exprimées relativement à la déformation estimée par ÉF à la position cible de chaque jauge.

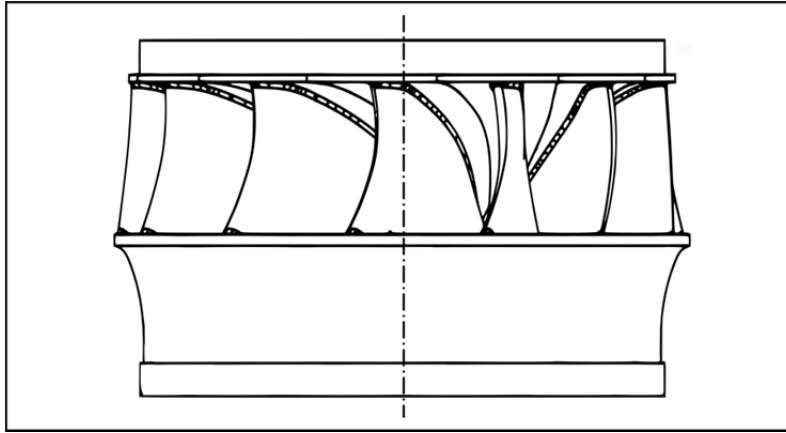


Figure 4.1 Roue de turbine hydraulique de type Francis

### 4.3 Analyse ÉF de la turbine

L'analyse ÉF est réalisée avec le logiciel NX Nastran. Les conditions utilisées sont considérées comme au plus proche des conditions expérimentales estimées lors des prises de mesures. De plus, l'analyse est réalisée en régime statique. Le modèle ÉF possède un maillage raffiné dans les zones avoisinant les emplacements cibles des jauges, et un nœud ÉF est créé à la position cible de chaque jauge. Ce sont les déformations ÉF à ces nœuds et dans l'axe cible de chaque jauge qui sont récupérées et qui servent de référence pour la comparaison avec les déformations mesurées et avec la distribution des déformations résultant de l'application de la MNEIM.

### 4.4 Mesures expérimentales

#### 4.4.1 Conditions expérimentales

Les mesures expérimentales ont été réalisées avec dix jauges de déformation soudées en cinq sites différents sur deux aubes de la roue. Chacun de ces sites est indiqué par une croix sur la figure 4.2.

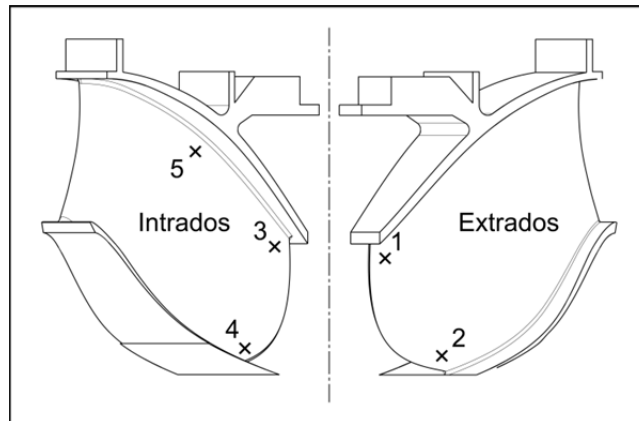


Figure 4.2 Emplacements des jauges de déformation sur les aubes

Les jauges utilisées lors des mesures expérimentales sont des jauges uniaxiales soudées référencées HBW-35-250-6-UP (Hitec Products Inc.). Leurs caractéristiques nominales sont présentées dans le tableau 4.1 et leurs dimensions sont données sur la figure 4.3. Les incertitudes sur ces dimensions ne sont cependant pas connues.

Tableau 4.1 Caractéristiques nominales des jauges HBW-35-250-6-UP utilisées sur la roue

Caractéristiques	Valeurs
Résistance	$350 \pm 1 \text{ } \Omega$
Facteur de jauge	$2,105 \pm 1 \text{ } \%$
Sensibilité transversale	$0,1 \pm 0,2 \text{ } \%$
Température d'utilisation	$-40^{\circ}\text{C}$ à $80^{\circ}\text{C}$
Protection	Encapsulée et étanche
Nombre de lignes de grille	16

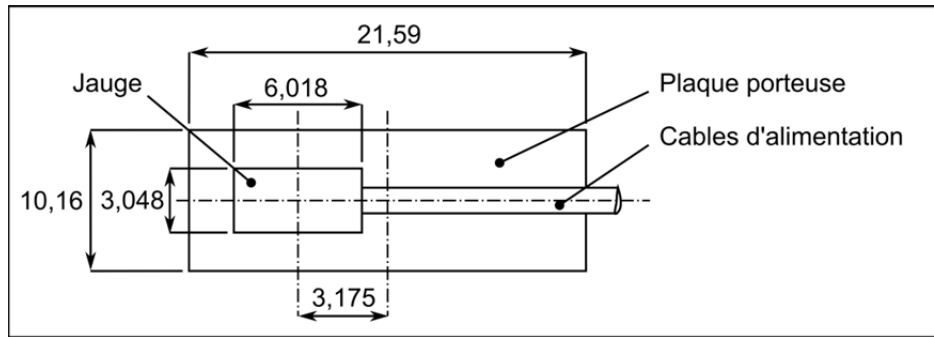


Figure 4.3 Dimensions nominales (en mm) des jauges expérimentales

#### 4.4.2 Déformations mesurées

Les prises de mesures *in situ* se sont déroulées pendant trois tests, sous les mêmes conditions expérimentales. Deux aubes ont été instrumentées. Ainsi, deux séries de mesures pour chacun des cinq sites et pour chaque test sont disponibles. Les déformations mesurées sont compensées avec les décalages aux conditions initiales et le facteur de jauge. Ces incertitudes expérimentales, additionnées des différences entre les deux aubes, engendrent des disparités sur les valeurs des déformations mesurées au même site. Ces déformations sont alors présentées sous forme d'étendues de mesures, de la mesure minimale à la mesure maximale réalisées au même emplacement, sur les deux aubes, et pour les trois tests. Ces étendues sont présentées dans le tableau 4.2. Cependant, la loi de distribution des mesures dans ces étendues n'est pas déterminée. Finalement, l'influence de la température et l'incertitude de l'instrument de mesure n'ont pas été déterminées à cause de la non disponibilité des données.

Tableau 4.2 Déformations relatives mesurées sur la turbine hydraulique

Sites	Déformations relatives mesurées ( $\mu\epsilon$ )	
	[Min ; Max]	Étendues
1	[-54; -6]	48
2	[-38; 29]	67
3	[-61; 125]	186
4	[-225; -5]	220
5	[-177; -79]	98

## **4.5 Application de la MNEIM à la roue**

Les champs de déplacements ÉF ont été obtenus et les caractéristiques des jauges sont connues. Cependant, les lois de distributions aléatoires des erreurs de positionnement doivent être estimées. Ces dernières ont été déterminées expérimentalement par une analyse de Reproductibilité et Répétabilité (R&R). Finalement, des analyses de sensibilité ont déterminé le nombre de simulations Monte Carlo ainsi que le nombre d'éléments nécessaires à l'analyse ÉF de la plaque porteuse des jauges soudées.

### **4.5.1 Détermination des lois de distribution aléatoire pour la génération des erreurs de positionnement des jauges**

Les lois de distribution utilisées pour la génération aléatoire des erreurs de positionnement des jauges lors de l'application de la MNEIM doivent être estimées pour les conditions expérimentales propres à l'étude. En effet, ces lois permettent de déterminer l'étendue de la zone de génération des jauges virtuelles autour de la position cible. Elles dépendent alors principalement des conditions de pose de la jauge, incluant les procédures et le matériel utilisés, la qualification du personnel, la roue de la turbine, ainsi que l'environnement de travail présent lors des expérimentations.

Pour l'application de la méthode sur la roue de la turbine, nous avons déterminé les paramètres des lois de distribution par une analyse R&R réalisée sur une roue similaire. Cette analyse consiste à répéter le processus de positionnement des jauges de déformation utilisé lors des mesures expérimentales, par plusieurs opérateurs, et au même emplacement. À chaque fois qu'une jauge est posée, sa position est mesurée par un dispositif plus précis que celui utilisé pour la positionner. Il est ainsi possible de déterminer les erreurs de positionnement longitudinal, transversal et angulaire par rapport à la position cible. Par la suite, la distribution de ces erreurs pour l'ensemble des jauges posées permet d'estimer l'étendue de la zone de positionnement des jauges.

Lors de l'analyse R&R, les sites 1, 4 et 5 ont été étudiés. Deux opérateurs ont positionnés cinq fois une jauge de déformation sur chacun de ces sites et les positions des jauges ont été mesurées par un scanner 3D. Par la suite, les biais des positionnements longitudinal, transversal et angulaire par rapport à la position cible de la jauge ont été déterminées; ils sont présentés dans la figure 4.4 et le tableau 4.3.

Les lois de distribution obtenues sont assimilées à des lois normales; l'écart-type  $\sigma_{R\&R}$  est déterminé et le biais, s'il est significatif, est assimilé à l'écart moyen entre la position cible et les positions des jauges. L'ensemble de l'étude est réalisé à un niveau de confiance de 95 %. Il est à noter que le nombre de mesures réalisées permet difficilement de valider une répartition normale des données. Cependant, lorsque les systèmes de mesures ne sont pas distribués normalement, l'analyse R&R surestime l'erreur de mesure du système (DaimlerChrysler Corporation, Ford Motor Company et General Motors Corporation, 2002).

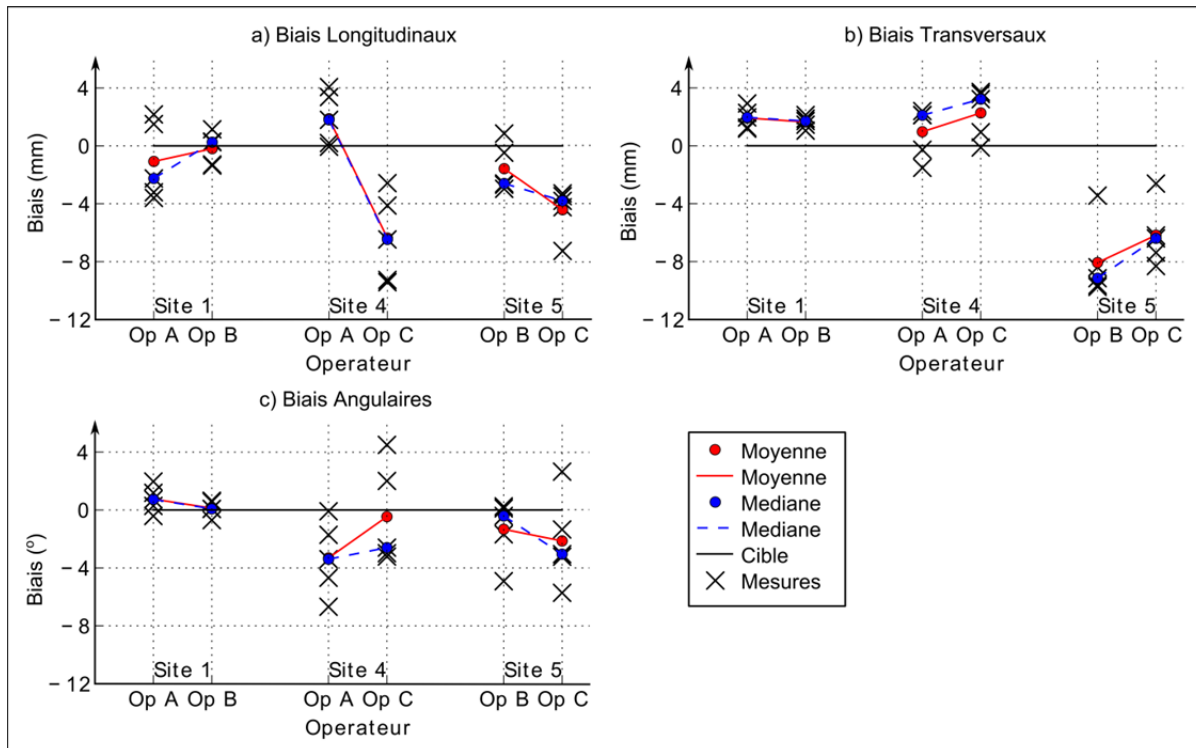


Figure 4.4 Résultats de l'analyse R&R pour l'estimation des lois de distribution aléatoires des erreurs de positionnement

Tableau 4.3 Résultats des biais de l'analyse R&amp;R

Sites	Opérateurs	Biais longitudinaux		Biais transversaux		Biais angulaires	
		Médianes (mm)	Étendues (mm)	Médianes (mm)	Étendues (mm)	Médianes (°)	Étendues (°)
1	A	-2,25	[-3,60 ; 2,17]	1,96	[1,18 ; 2,92]	0,73	[-0,41 ; 1,97]
	B	0,25	[-1,36 ; 1,14]	1,71	[1,05 ; 2,13]	0,08	[-0,70 ; 0,64]
4	A	1,80	[-0,06 ; 4,06]	2,11	[-1,52 ; 2,40]	-3,40	[-6,68 ; -0,09]
	C	-6,46	[-9,42 ; -2,57]	3,22	[-0,11 ; 3,72]	-2,60	[-3,21 ; 4,50]
5	B	-2,59	[-2,97 ; 0,85]	-9,15	[-9,75 ; -3,44]	-0,41	[-4,91 ; 0,25]
	C	-3,80	[-7,26 ; -3,28]	-6,39	[-8,30 ; -2,61]	-3,05	[-5,72 ; 2,65]

Les roues de turbine possèdent inévitablement des incertitudes sur leur profil géométrique. Ainsi, les incertitudes géométriques des surfaces de références utilisées pour le positionnement des jauges se répercutent directement sur la position des jauges. Les tolérances de profil des roues Francis sont de  $\pm 0,1$  % du diamètre de référence (diamètre de la couronne supérieure) pour les arrêtes d'entrée et de sortie, et de  $\pm 0,25$  % du diamètre de référence pour les diamètres d'entrée et de sortie de la roue ainsi que les autres dimensions (Norme Internationale, 1999). Nous faisons l'hypothèse que ces tolérances sont distribuées normalement et reflètent un intervalle de confiance de 95 %. L'écart-type final des lois de distribution des erreurs de positionnement des jauges, prenant en compte la variation de la position de la jauge obtenue par l'analyse R&R et la variation du profil des éléments de références de la roue, est alors une combinaison des écarts-types de ces variations régie par l'équation 4.1.

$$\sigma_{Total} = \sqrt{\sigma_{R\&R}^2 + \sigma_{Profil}^2} \quad (4.1)$$

$\sigma_{R\&R}$  représente l'écart type des erreurs de positionnement obtenues par l'analyse R&R et  $\sigma_{Profil}$  l'écart type des incertitudes sur le profil des surfaces de référence.  $\sigma_{Total}$  est l'écart type final des lois de distribution des erreurs de positionnement. Il correspond à l'incertitude standard sur le positionnement de la jauge. Finalement, pour une roue possédant un diamètre de référence de trois mètres, les résultats obtenus sont présentés au tableau 4.4.

Tableau 4.4 Paramètres des lois de distribution des erreurs de positionnement

Sites	Positions	$\sigma_{R\&R}$	$\sigma_{Profil}$	$\sigma_{Total}$	$\pm 2\sigma_{Total}$	Biais
1	Longitudinale (mm)	1,8	3,8	4,2	$\pm 8,3$	0
	Transversale (mm)	0,6	1,5	1,6	$\pm 3,2$	+1,78
	Angulaire (°)	0,8	0,0	0,8	$\pm 1,7$	0
4	Longitudinale (mm)	6,2	3,8	7,2	$\pm 14,5$	0
	Transversale (mm)	1,8	1,5	2,3	$\pm 4,6$	+1,62
	Angulaire (°)	3,4	0,0	3,4	$\pm 6,8$	0
5	Longitudinale (mm)	2,5	3,8	4,5	$\pm 9,0$	-7,12
	Transversale (mm)	2,7	1,5	3,1	$\pm 6,1$	-2,99
	Angulaire (°)	2,9	0,0	2,9	$\pm 5,8$	0

Les écart-types et biais obtenus diffèrent significativement suivant les sites de mesures car ces sites ne possèdent pas les mêmes caractéristiques en termes d'accessibilité, ce qui gêne le positionnement des jauges et engendre des différences dans les résultats. De plus, la géométrie des éléments de référence utilisés pour le positionnement des jauges influence les résultats. En effet, les références géométriques planes (bords de fuite, surfaces d'appuis) engendrent une étendue des erreurs de positionnement plus faible que les références géométriques courbées (congés de raccordement, surface de l'aube). De plus, même si les lois de distributions obtenues sont assimilées à des lois normales, celles utilisées lors de l'application de la MNEIM sont des lois uniformes afin d'éviter d'obtenir des positions de jauges trop éloignées et aberrantes.

Pour finir, les étendues des lois uniformes utilisées lors de l'application de la MNEIM correspondent aux incertitudes expansées des distributions des erreurs de positionnement déterminées par l'analyse R&R, soit quatre fois l'incertitude standard  $\sigma_{Total}$  (voir tableau 4.4). Le biais est également appliqué s'il est significatif (non nul). Enfin, les sites 2 et 3 peuvent être assimilés aux sites 4 et 1 respectivement, en termes d'accessibilité et d'éléments de références utilisés pour le positionnement des jauges. Les incertitudes de positionnement des sites 4 et 1 sont donc appliquées aux sites 2 et 3 respectivement.



#### 4.5.2 Détermination du nombre d'éléments de la plaque porteuse

Le nombre d'éléments utilisés lors de l'analyse ÉF de la plaque porteuse influence les champs de déplacements sous la jauge et, ainsi, la déformation estimée. Afin d'optimiser le nombre d'éléments pour obtenir la convergence des champs de déplacements, une analyse de sensibilité est réalisée pour chaque site de jauge. Lors de cette analyse, la MNEIM est utilisée avec une seule simulation, sans erreur de positionnement et avec les caractéristiques nominales de la jauge de déformation. Seul le nombre d'éléments de la plaque porteuse varie de 6 ( $3 \times 2$  éléments) à 1 911 ( $49 \times 39$  éléments). Les déformations obtenues par la MNEIM en fonction du nombre d'éléments de la plaque porteuse sont alors présentées dans la figure 4.5. Nous remarquons que pour l'ensemble des sites de jauges, la déformation relative varie significativement entre 0 et 300 éléments et converge ensuite. Finalement, les simulations sont réalisées avec 551 éléments ( $19 \times 29$  éléments) car un nombre élevé d'éléments augmente significativement le temps de calcul.

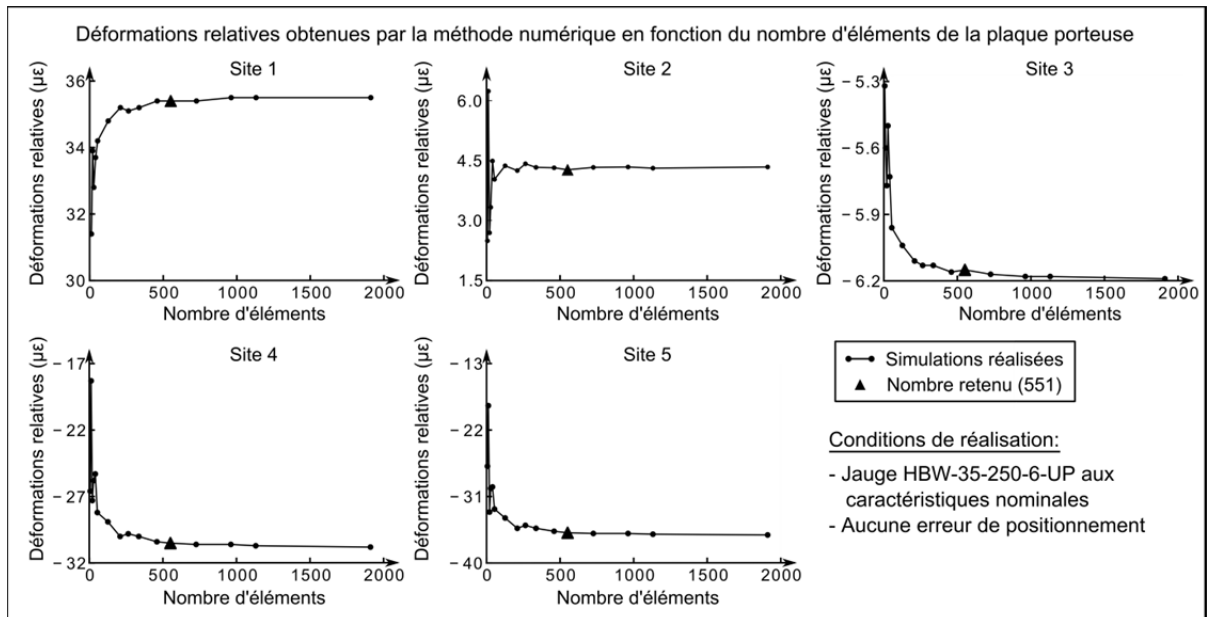


Figure 4.5 Détermination du nombre d'éléments pour l'analyse ÉF des plaques porteuses des jauges soudées

#### 4.5.3 Détermination du nombre d'itérations Monte Carlo

La distribution des déformations obtenue par la MNEIM est influencée par la combinaison du nombre de simulations Monte Carlo et de l'étendue des incertitudes de positionnement. En effet, plus la zone de positionnement des jauges autour de la position cible est grande, plus il faut générer de jauges virtuelles pour couvrir un ensemble de positions significatif dans cette zone. Le nombre de simulations Monte Carlo nécessaires pour assurer la convergence de la distribution des déformations est déterminé par une analyse de sensibilité au site de jauge 4 de la roue. Lors de cette analyse, les caractéristiques de la jauge sont à leur valeur nominale et le nombre d'éléments de la plaque porteuse est de 551 ( $19 \times 29$  éléments); seul le nombre de simulations varie de 50 à  $10^4$ . Le résultat de cette analyse de sensibilité est présenté dans la figure 4.6. Le site de jauge 4 est étudié car il comporte les incertitudes de positionnement les plus élevées :  $\pm 14,5$  mm pour les erreurs longitudinales;  $\pm 4,6$  mm pour les erreurs transversales;  $\pm 6,8^\circ$  pour les erreurs angulaires. Nous remarquons que les distributions obtenues sont instables pour un nombre de simulations inférieur à  $2 \times 10^3$  et convergent ensuite au-delà. Ainsi, le nombre de simulations utilisé pour l'analyse sur la roue est  $5 \times 10^3$  pour l'ensemble des sites. Finalement, la totalité des paramètres de la méthode ont été déterminés.

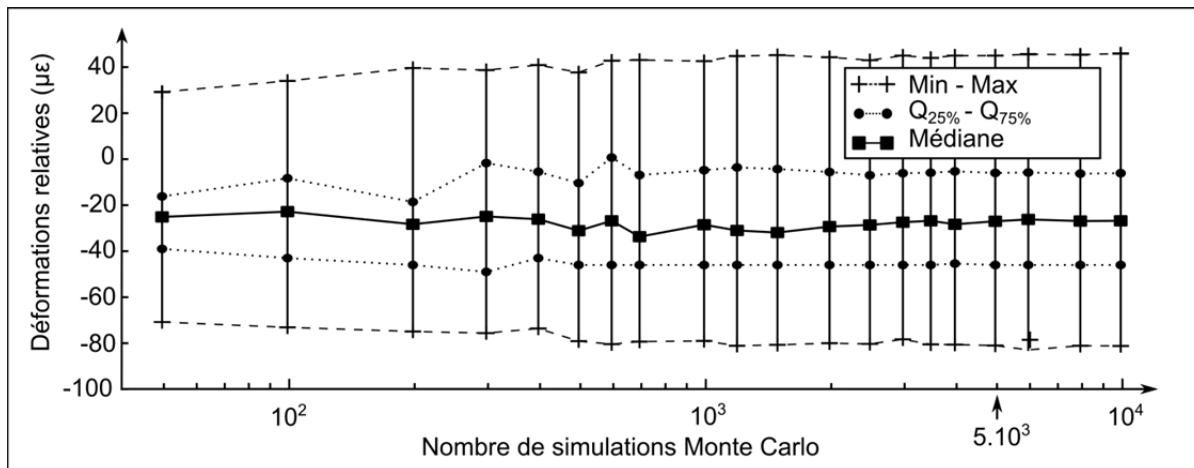


Figure 4.6 Détermination du nombre de simulations Monte Carlo, site de jauge 4

#### 4.5.4 Résultats de l'application sur la roue de turbine

La MNEIM a été appliquée aux cinq sites de la roue. Les paramètres utilisés sont résumés dans le tableau 4.5. Les incertitudes sur les dimensions des jauges ne sont pas connues et ne sont donc pas intégrées dans la méthode; seules les incertitudes de positionnement et de la sensibilité transversale sont prises en comptes.

Tableau 4.5 Paramètres utilisés pour l'application de la MNEIM sur la roue

Facteurs	Paramètres	Valeurs	Remarques
Simulation	Nombre d'itérations	$5 \times 10^3$	Déterminé par analyse de sensibilité
Jauges soudées Référence : HBW-35-250-6-70UP	Longueur jauge collée (mm)	6,35	Donnée fournisseur
	Largeur jauge collée (mm)	3,048	Donnée fournisseur
	Longueur plaque porteuse (mm)	21,59	Donnée fournisseur
	Largeur plaque porteuse (mm)	10,16	Donnée fournisseur
	Décalage centre jauge collée – centre plaque porteuse (mm)	3,175	Donnée fournisseur
	Largeur de la zone soudée (mm)	1	Donnée expérimentale
	Nombre de lignes de grille	16	Donnée fournisseur
	Sensibilité transversale	$0,1 \pm 0,2$	Donnée fournisseur
	Nombre d'éléments pour l'analyse ÉF de la plaque porteuse	551 (29 x 19)	Déterminé par analyse de sensibilité
	Modèle de soudage	U	Donnée expérimentale
Lois de distribution des erreurs de positionnement	Axe longitudinal (mm)	Lois Uniformes Voir section 4.5.1	Voir tableau 4.4
	Axe transversal (mm)		
	Orientation angulaire (°)		

Les résultats obtenus pour les cinq sites de jauge sont présentés dans la figure 4.7 et résumés dans le tableau 4.6. Les déformations ÉF sont les références ( $0 \mu\epsilon$ ) pour chaque site; elles sont représentées par une croix. Les mesures expérimentales sont, elles, présentées sous forme d'étendues de mesure, comme mentionné dans la section 4.4.2. Enfin, les distributions des déformations obtenues par la MNEIM sont représentées par des boîtes à moustaches de

Tukey : les moustaches s'étendent aux valeurs extrêmes tandis que les lignes inférieures et supérieures de la boîte représentent respectivement le premier et le troisième quartile de la distribution ( $Q_{25} \%$  et  $Q_{75} \%$ ); la ligne centrale est la médiane.

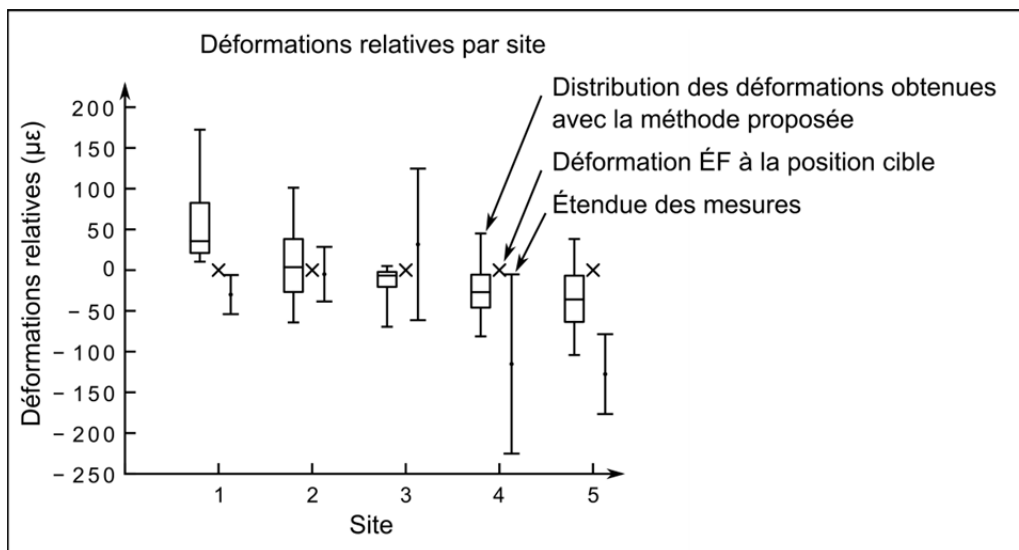


Figure 4.7 Résultats de l'application de la MNEIM sur la roue

Tableau 4.6 Résumé des résultats de l'application de la MNEIM sur la roue

Sites	Déformations obtenues par la MNEIM ( $\mu\epsilon$ )				Mesures expérimentales ( $\mu\epsilon$ )	
	Médianes	[ $Q_{25} \%$ ; $Q_{75} \%$ ]	[Min ; Max]	Étendues	[Min ; Max]	Étendues
1	36	[21 ; 83]	[10 ; 172]	162	[-54 ; -6]	48
2	4	[-27 ; 38]	[-64 ; 101]	165	[-38 ; 29]	67
3	-7	[-20 ; -2]	[-69 ; 5]	74	[-61 ; 125]	186
4	-27	[-46 ; -6]	[-81 ; 45]	126	[-225 ; -5]	220
5	-36	[-64 ; -7]	[-104 ; 38]	142	[-177 ; -79]	98

#### 4.6 Limites de l'application sur la roue de turbine

Une roue de turbine hydraulique est une structure complexe et chacune des méthodes de détermination des déformations comporte ses propres incertitudes, non négligeables pour une telle structure. Celles déterminées pour les mesures expérimentales permettent d'estimer une

étendue contenant l'ensemble des déformations mesurées. Néanmoins, pour cette étude, elles n'incluent pas l'incertitude de l'instrument de mesure et de la température, qui influencent généralement significativement les mesures. De plus, la MNEIM utilise les caractéristiques nominales des jauges de déformation. Les dimensions exactes des jauges n'ont pas été mesurées. Aussi, les incertitudes sur leurs dimensions ne sont pas connues, et donc non intégrées lors de l'application de la méthode.

Les simulations ÉF sont utilisées comme références et leurs incertitudes ne sont pas connues ici. Elles permettent cependant de pouvoir estimer la répartition spatiale des champs de déplacements sous les jauges. Ainsi, l'application de la MNEIM permet de déterminer si les incertitudes étudiées produisent de fortes différences entre la déformation d'une jauge posée sur le modèle ÉF et la déformation estimée par les analyses ÉF. De plus, elle permet de déterminer l'étendue des déformations engendrées par les incertitudes. Cette étendue est principalement influencée par la combinaison des champs de déplacements et des incertitudes de positionnement. Ces dernières sont donc importantes et leurs déterminations doivent se faire de manière méthodique, au plus proche des conditions expérimentales.

#### 4.7 Conclusions sur l'application à la turbine

Les résultats obtenus montrent trois situations différentes :

- Premièrement, au site de jauge 1, la MNEIM estime que les déformations mesurées par des jauges soudées peuvent se situer entre  $21\ \mu\epsilon$  et  $83\ \mu\epsilon$  au-dessus de la déformation déterminée par ÉF à la position cible. Cependant, les mesures *in situ* se situent entre  $-54\ \mu\epsilon$  et  $-6\ \mu\epsilon$ . Aucune des  $5 \times 10^3$  jauges virtuelles simulées lors de l'application de la méthode n'a donné de déformations dans l'étendue des mesures *in situ*. Ainsi, pour ce site, les incertitudes de mesures étudiées ne permettent pas d'expliquer les différences entre les déformations mesurées et celles obtenues par ÉF; au contraire, elles semblent les augmenter;

- Deuxièmement, aux sites 3 et 4, plus de 75 % des jauges virtuelles simulées par la MNEIM obtiennent une déformation contenue dans l'étendue des mesures *in situ* tandis qu'au site 5, seulement 20 % des jauges virtuelles obtiennent des déformations comprises dans l'étendue des mesures. C'est également à cet emplacement que la différence entre la déformation estimée par ÉF et la déformation mesurée la plus proche est la plus grande avec 79  $\mu\epsilon$ . Cependant, pour ces trois sites, les incertitudes déterminées par la MNEIM ne permettent pas d'expliquer l'ensemble des déformations obtenues expérimentalement. Les incertitudes de mesure étudiées peuvent alors expliquer seulement partiellement les différences entre les valeurs des déformations obtenues par ÉF et les valeurs des déformations obtenues expérimentalement;
- Enfin, au site de jauge 2, l'ensemble des déformations mesurées sont incluses dans les déformations obtenues par la MNEIM. L'estimation des incertitudes de mesures peut alors être considérée comme une thèse incontournable permettant d'expliquer les différences entre la déformation estimée par ÉF et les déformations mesurées.

Les résultats obtenus au site 1 dépendent de trois facteurs : les mesures, le modèle ÉF et l'application de la MNEIM. Concernant les mesures, elles n'ont pas été corrigées par l'ensemble des facteurs influents comme la température et l'instrument de mesure (à cause de la non disponibilité des données) et cela peut créer des biais non pris en considération. Ensuite, le modèle ÉF à cet emplacement semble être suffisamment raffiné, avec plus de 30 nœuds ÉF dans la zone de simulation, et montre un champ de déplacements fortement variable. En effet, même si le site 1 est celui dont les incertitudes de positionnement sont les plus faibles ( $\pm 8,3$  mm en longitudinal,  $\pm 3,2$  mm en transversal et  $\pm 1,7^\circ$  en angulaire), les résultats de la MNEIM sont fortement étendus (162  $\mu\epsilon$ ). Cela signifie que le champ de déplacements autour de la position cible est fortement variable, en comparaison avec les autres sites. Ainsi, si le modèle ÉF comporte un biais et des incertitudes non négligeables (difficilement quantifiables), ils se répercutent directement sur les résultats de la MNEIM et entraînent également un biais de la distribution des déformations obtenue. Ce phénomène peut être amplifié par le fait que le champ soit fortement variable. Enfin, la MNEIM et son

application sur la roue de turbine possèdent également leurs propres hypothèses, développées dans les sections 2.9 et 4.6. Ces hypothèses peuvent être influentes dans ce cas particulier.

Finalement, mis à part le site 1, les corrections et incertitudes estimées par la MNEIM ressortent généralement comme un des facteurs majeurs permettant d'expliquer les différences obtenues entre les déformations mesurées *in situ* et celles estimées par ÉF. Néanmoins, ici, les incertitudes des modèles ÉF ne sont pas connues et ne peuvent être prises en compte. Ainsi, les modèles ÉF peuvent ne pas refléter au mieux l'état de chargement de la roue. De plus, les incertitudes et corrections dues aux incertitudes sur les dimensions des jauges, à la température, et à l'instrument de mesure ne sont pas connues et donc pas incluses dans la détermination des corrections et incertitudes des mesures *in situ*. Elles peuvent pourtant avoir un fort impact sur les mesures. Il faut donc regarder ces résultats avec certaines précautions avant de pouvoir valider le modèle ÉF avec les résultats des mesures *in situ*.





## CHAPITRE 5

### INTERPRÉTATION ET DISCUSSION DES RÉSULTATS

#### 5.1 Introduction

Les résultats obtenus lors de la validation expérimentale de la MNEIM et de son application sur la roue de turbine hydraulique dépendent d'un nombre important de paramètres. Par sa flexibilité, la MNEIM permet de caractériser l'influence de chacun de ces paramètres. Cependant, les résultats obtenus sont généralement propres au cas étudié et il est difficile d'en extrapoler des généralités. Il faut alors appliquer la méthode en tenant compte des paramètres propres à chaque application. Ainsi, plusieurs paramètres sont étudiés dans les sections suivantes, pour des cas d'études particuliers.

#### 5.2 Influence du gradient du champ de déformations

Les déformations estimées par la MNEIM sont directement calculées à partir du champ de déplacements sous la surface de la grille. Généralement, ce champ permet de déterminer le champ de déformations. Or, le gradient de ce dernier influe sur la mesure via l'erreur d'intégration de la jauge. Dans le but de caractériser l'influence du gradient du champ de déformations, quatre jauges uniaxiales collées (du fournisseur VISHAY Micro-Measurement®) ont été simulées dans des gradients de champs de déformations variables. Ces derniers sont obtenus le long de l'axe  $\vec{Y}$  d'une plaque de dimensions arbitraires de 100 x 100 mm, percée au centre par un trou de Ø10 mm tel qu'illustré sur la figure 5.1. Cette plaque est soumise à un déplacement positif de  $5 \times 10^{-2}$  mm sur chacun de ses cotés. Par la suite, les jauges sont simulées par la MNEIM en plusieurs positions le long de l'axe  $\vec{Y}$ . Ces jauges ont une sensibilité transversale nulle<sup>1</sup>. De plus, aucune erreur de positionnement n'est

---

<sup>1</sup> Il est à noter que, même si la déformation tangentielle à la jauge n'est pas rigoureusement nulle, son influence sur la mesure est minimisée par une sensibilité transversale nulle, et est donc négligeable ici.

intégrée dans la simulation. La déformation obtenue est alors comparée à la déformation ÉF à la position nominale de la jauge. Le modèle ÉF de la plaque, les positions des jauges, le gradient du champ de déformations longitudinales et les caractéristiques des jauges sont présentés dans la figure 5.1.

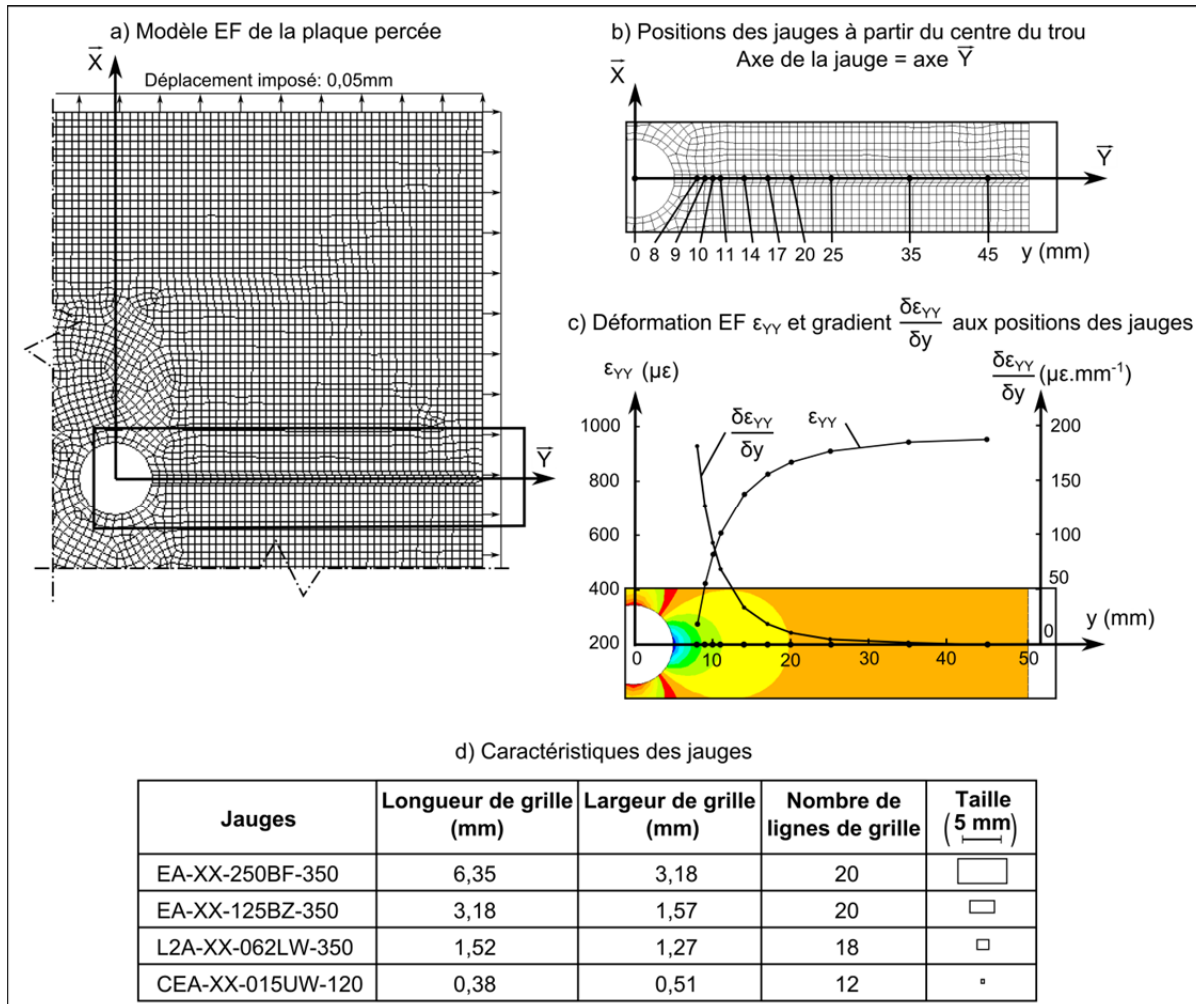


Figure 5.1 Étude de l'influence du gradient de déformation sur quatre jauges standards

Le pourcentage d'erreur de la déformation mesurée par rapport à la déformation ÉF,  $e\% = \left(1 - \frac{\text{Déformation simulée}}{\text{déformation EF}}\right) \times 100 (\%)$ , est tracé dans la figure 5.2 en fonction du gradient du champ des déformations longitudinales. Pour information, les jauges CEA et LWK (avec un modèle de soudage en 'U') utilisées dans le chapitre 3 sont également tracées

ici. Elles sont, par contre, sensibles aux déformations transversales et leurs résultats sont propres à ce cas d'étude.

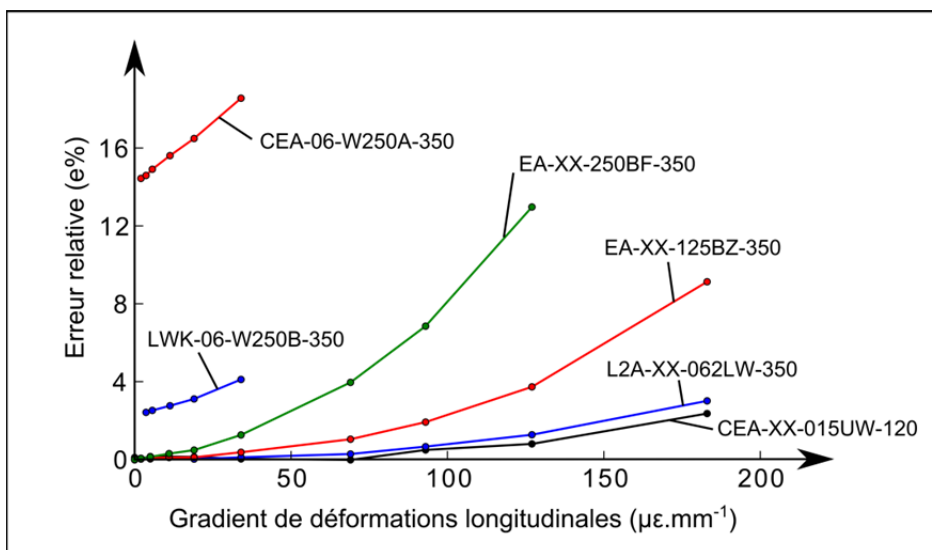


Figure 5.2 Influence du gradient des déformations longitudinales sur l'erreur de mesure de jauges standards

La figure 5.2 ci-dessus confirme l'influence du gradient du champ de déformations sur l'erreur de mesure des jauges. Naturellement, l'erreur de mesure augmente avec l'augmentation du gradient à cause de l'erreur d'intégration de la jauge qui dépend des dimensions de la jauge<sup>2</sup>. Plus ces dimensions et le gradient de déformations sont grands, plus l'erreur de mesure est élevée.

Considérant qu'une erreur de 5 % est acceptable pour la mesure d'une jauge de déformation (Perry, 1984), les jauges CEA-XX-015UW-120 et L2A-XX-062LW-350 peuvent être utilisées dans des gradients de champ de déformations longitudinales élevés ( $> 200 \mu\epsilon.\text{mm}^{-1}$ ), tandis que les jauges EA-XX-250BF-350 et EA-XX-125BZ-350 ne devraient pas être utilisées pour un gradient supérieur à 80 et  $150 \mu\epsilon.\text{mm}^{-1}$  respectivement.

<sup>2</sup> Les dimensions de la jauge correspondent, dans ce chapitre, aux dimensions de la grille active de la jauge.

On constate que les différences entre les jauges sont significatives et qu'elles ne dépendent ici que de leurs dimensions. Les jauges possèdent toutefois d'autres caractéristiques influentes sur les déformations mesurées, étudiées dans la section suivante.

### **5.3 Influence des caractéristiques de la jauge**

Il est vrai que les caractéristiques de la jauge influencent significativement les incertitudes de mesure. Les dimensions de la jauge sont importantes, tout comme la technologie de la jauge, collée ou soudée. De plus, le modèle de soudage des jauges soudées, ainsi que la position de la jauge sur la plaque porteuse, sont déterminants.

#### **5.3.1 Influence des dimensions de la grille de la jauge**

Pour certains cas particuliers, les dimensions de la jauge n'ont aucune influence sur les déformations mesurées. En effet, c'est le cas lorsque la jauge est placée dans un champ de déplacements de gradient constant. Dans un tel champ, l'erreur d'intégration est nulle car la moyenne des déformations sous la jauge correspond à la déformation au centre de la jauge. Quant à l'erreur due à la sensibilité transversale de la jauge, elle ne dépend pas directement de ses dimensions, mais seulement de son coefficient de sensibilité transversale et, inévitablement, de sa déformation transversale.

Par ailleurs, lorsque les champs de déplacements deviennent plus complexes, l'erreur d'intégration n'est plus nulle et les dimensions de la jauge influencent la mesure. L'influence des dimensions de la jauge, via son erreur d'intégration, a été étudiée par Younis et Kang et Gafitanu *et al.* (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990; Younis et Kang, 2011). Ces derniers ont déterminé l'influence de l'erreur d'intégration de jauges standards, sur des cas particuliers dont les champs de déformations sont connus analytiquement.

La MNEIM permet l'étude de l'influence des dimensions de la jauge sur tous types de champ de déplacements dès lors que le modèle ÉF de la structure est disponible. Ici, l'influence des dimensions de la jauge est étudiée pour une jauge placée à la position cible sur l'éprouvette à encoches n°4e utilisée pour la validation expérimentale (voir chapitre 3) sous une charge de 40 kN. La déformation ÉF à l'emplacement cible de la jauge est alors de 832,79  $\mu\epsilon$ . Les déformations sont ensuite estimées avec la MNEIM pour une jauge collée avec un facteur de jauge de 2 et une sensibilité transversale nulle. Pour cette étude, les dimensions de la jauge varient de 1 x 1 mm à 4 x 4 mm et la jauge possède 16 lignes de grille. Les résultats sont présentés sur la figure 5.3 et résumés dans le tableau 5.1. Cependant, ces résultats sont propres aux champs de déplacements étudiés et ne peuvent être interpolés à d'autres champs de déplacements.

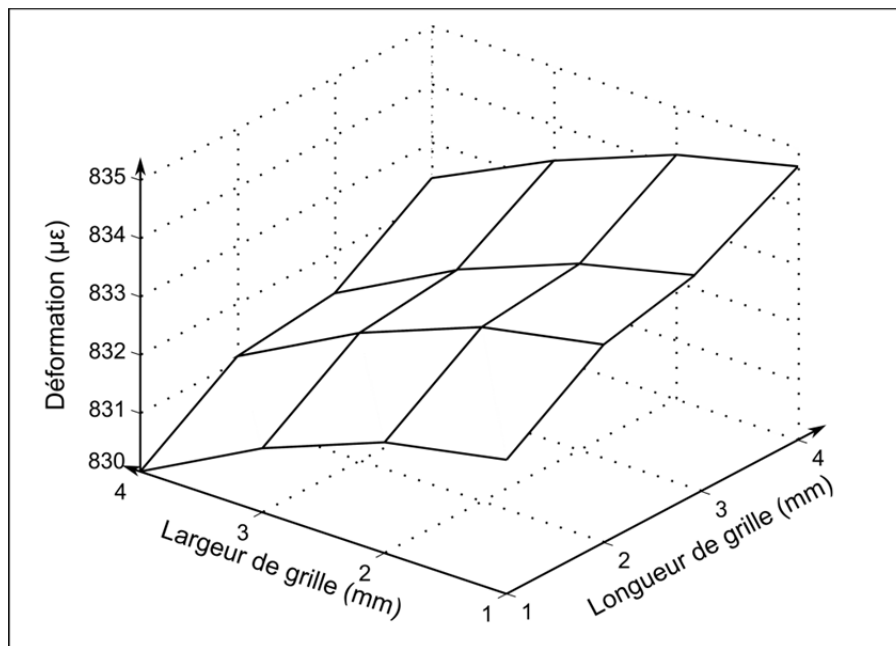


Figure 5.3 Influence des dimensions de la jauge sur la déformation obtenue par la MNEIM sur l'éprouvette 4e

Tableau 5.1 Influence des dimensions de jauge sur les déformations ( $\mu\epsilon$ )

Déformations ( $\mu\epsilon$ )		Longueurs de grille (mm)			
		1	2	3	4
Largeur de grille (mm)	1	832,3	833,4	833,8	834,7
	2	831,9	833,0	833,4	834,2
	3	831,1	832,2	832,4	833,4
	4	830,0	831,1	831,3	832,4

Pour ce cas d'étude, il est possible de conclure que l'augmentation de la largeur de la jauge tend à diminuer la valeur mesurée. Inversement, l'augmentation de sa longueur augmente la valeur mesurée. Finalement, les dimensions de la jauge influencent la déformation mesurée en raison de l'erreur d'intégration de la jauge. Pour minimiser cette erreur lors de l'utilisation de jauges dans des gradients de champs de déplacements non uniformes, il faut minimiser les dimensions de la grille de jauge.

En pratique, les jauges courtes peuvent également avoir certains inconvénients. En effet, il est plus difficile de manipuler une jauge courte, et certaines caractéristiques de la jauge peuvent également être affectées; l'élongation maximale admissible ainsi que l'endurance aux déformations cycliques sont plus faibles, et de l'instabilité peut se produire avec des contraintes statiques. Enfin, les jauges courtes dissipent plus difficilement la chaleur (Vishay Micro-Measurements, 2010d).

### 5.3.2 Influence du modèle de soudage, des dimensions de la plaque porteuse et de la position de la jauge pour le cas des jauges soudées

Le modèle de soudage des jauges soudées influence significativement les champs de déplacements de la plaque porteuse. Ainsi, pour la même plaque porteuse, un modèle de soudage en 'O' force l'ensemble des déplacements en périphérie de la plaque à suivre ceux de la pièce. Par contre, lorsque le modèle de soudage est en 'U', le côté où se situent les câbles d'alimentation de la jauge est laissé libre et n'est donc pas contraint en déplacement. Cette liberté permet à la plaque porteuse de relâcher ses contraintes internes. Cela entraîne

une différence non négligeable entre les champs de déplacements de la plaque porteuse et ceux de la surface de la pièce, affectant ainsi la déformation mesurée. Cette différence dépend en partie des dimensions de la plaque. De plus, la déformation mesurée est fortement influencée par la position de la jauge sur la plaque porteuse.

La figure 5.4 présente les résultats de trois configurations de jauges soudées, simulées avec la MNEIM sur l'éprouvette rectangulaire n°4 de la validation expérimentale, sous une charge de 80 kN (voir chapitre 3). Ici, la déformation ÉF à la position cible est de 1 591  $\mu\epsilon$ . Deux plaques porteuses, de dimensions 16 x 8 mm et 8 x 6 mm, sont simulées à la position cible. Les jauges collées sur ces plaques sont de dimensions 4 x 2 mm, possèdent 16 lignes de grille, un facteur de jauge de 2,1 et un coefficient de sensibilité transversale de 5 %. De plus, les plaques sont modélisées par 551 éléments (29 x 19). Afin de caractériser l'influence de la position de la jauge sur la plaque porteuse, celle-ci est simulée en deux emplacements sur la plaque de 16 x 8 mm. Enfin, pour améliorer la compréhension du phénomène, les déplacements longitudinaux à la surface de la pièce et de la plaque porteuse sont illustrés par des isolignes de déplacements.

À la vue des résultats, on remarque que la plaque porteuse au modèle de soudage en 'O' possède le même champ de déplacements longitudinaux que celui à la surface de la pièce. Dans ce cas, la plaque a une influence négligeable sur les incertitudes de mesure et la déformation estimée est de 1 589  $\mu\epsilon$ , quelle que soit la position de la jauge sur la plaque. La différence de 2  $\mu\epsilon$  par rapport à la déformation ÉF est due uniquement à la sensibilité transversale de la jauge.

Par contre, pour les plaques porteuses simulées avec un modèle de soudage en 'U', les champs des déplacements longitudinaux à proximité du côté non soudé de la plaque diffèrent significativement des champs de déplacements à la surface de la pièce, et ceux à proximité des côtés soudés de la plaque diffèrent peu. Ainsi, la position de la jauge sur la plaque influence sa mesure. En effet, pour une position de jauge proche du côté soudé de la plaque porteuse de 16 x 8 mm (position 1), la déformation estimée est de 1 418  $\mu\epsilon$ , tandis que pour

une position plus proche du côté non soudé (position 2), elle est de  $910\ \mu\epsilon$ ; soit une différence de  $508\ \mu\epsilon$ .

La plaque porteuse de dimensions  $8 \times 6\ \text{mm}$  entraîne également une forte différence entre la déformation mesurée par la jauge ( $916\ \mu\epsilon$ ) et la déformation ÉF ( $1\ 591\ \mu\epsilon$ ). La plaque est soudée avec un modèle en ‘U’, qui entraîne une différence non négligeable entre ses champs de déplacements et ceux à la surface de la pièce. Une plaque porteuse plus petite peut ainsi entraîner de plus fortes corrections et incertitudes sur les mesures.

Finalement, la déformation mesurée sur les plaques porteuses avec un modèle de soudage en ‘U’ dépend fortement de la combinaison des dimensions de la plaque et de la position de la jauge sur la plaque. Le modèle de soudage en ‘O’ entraîne une correction de la mesure négligeable tandis que le modèle de soudage en ‘U’ cause une différence non négligeable entre la déformation mesurée et la déformation à la surface de la pièce. Ainsi, la déformation mesurée avec un modèle de soudage en ‘U’ est généralement inférieure, en valeur absolue, à celle en surface de la pièce, à cause du relâchement des déplacements d’un des côtés de la plaque<sup>3</sup>. La configuration de jauge soudée avec un modèle de soudage en ‘U’ minimisant les corrections et incertitudes de mesures est une plaque porteuse longue et étroite, sur laquelle la jauge serait positionnée au plus proche du côté soudé.

---

<sup>3</sup> Certains cas particuliers entraînent une déformation mesurée supérieure à la déformation ÉF à la surface de la pièce. En effet, sur l’ensemble des cas étudiés, nous en avons recensé un seul où la déformation mesurée s’est avérée être supérieure à la déformation ÉF. Il s’agit d’une jauge CEA positionnée dans le sens longitudinal d’une barre de longueur  $120\ \text{mm}$ , de coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$ , soumise à de la traction (non linéaire) et possédant un gradient du champ de déformations linéaire allant de  $0$  à  $120\ \mu\epsilon.\text{mm}^{-1}$  le long de la barre (la déformation longitudinale s’étend alors de  $0$  à  $7\ 200\ \mu\epsilon$ ). Ce cas d’étude engendre une déformation mesurée supérieure de  $7\%$  à la déformation ÉF. Cela s’explique par les différences entre les déformations longitudinales le long des  $16\ \text{mm}$  de la jauge soudée (de  $1\ \mu\epsilon$  sur le bord soudée de la plaque porteuse à  $145\ \mu\epsilon$  au niveau du bord libre). Ce cas reste théorique et marginal, mais permet d’affirmer que certaines configurations de champs de déplacements peuvent engendrer une déformation mesurée supérieure à la déformation à la surface.



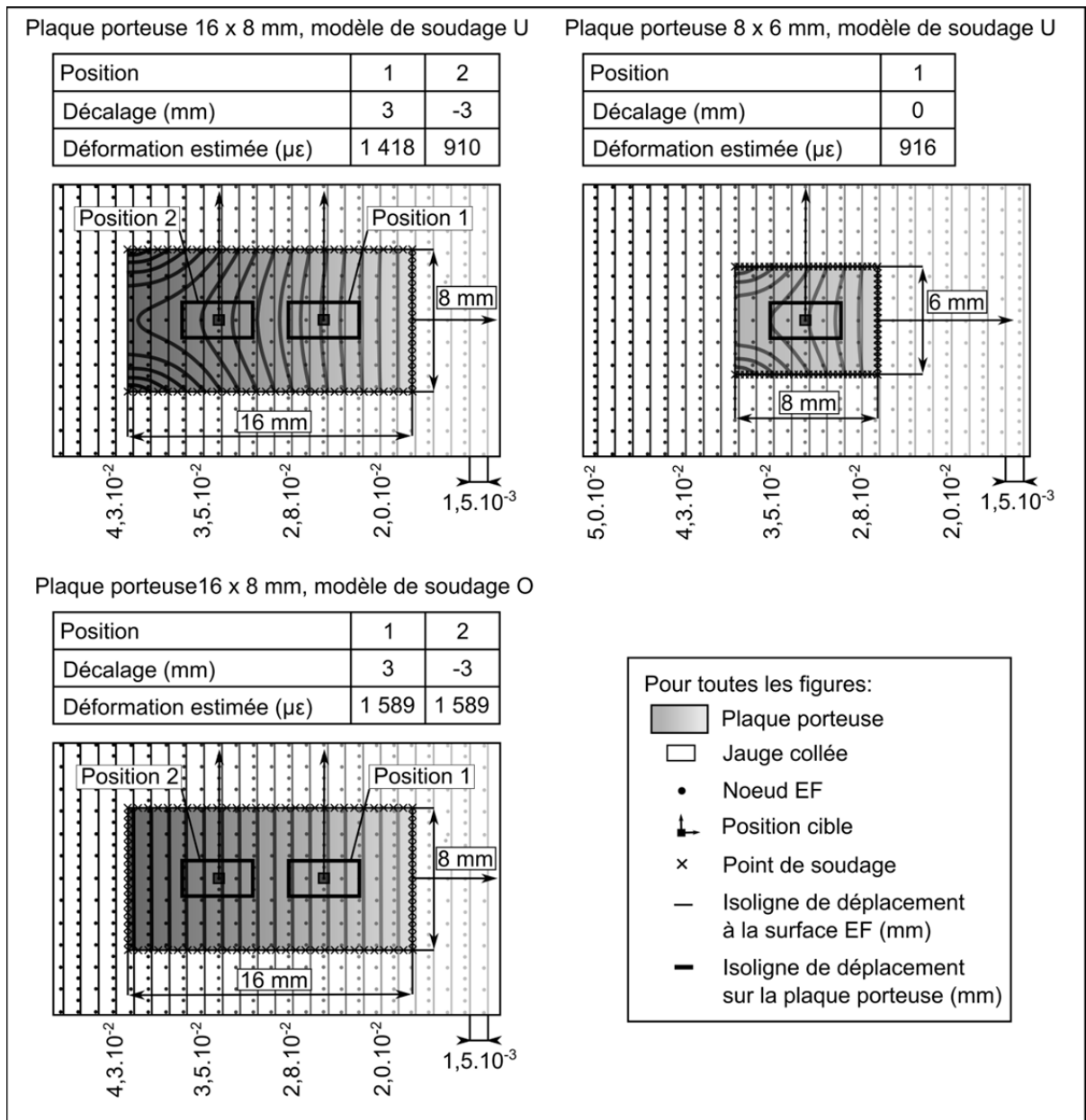


Figure 5.4 Influence des dimensions de la plaque porteuse et du modèle de soudage sur les champs de déplacements

#### 5.4 Influence des lois de distribution des erreurs de positionnement sur la distribution des déformations

La distribution des déformations résultant de l'application de la MNEIM dépend de la combinaison des lois de distributions statistiques utilisées pour la génération des erreurs de positionnement avec l'intensité du gradient du champ de déformations. Lorsque le champ de déplacements est uniforme, son gradient est nul et les erreurs de positionnement longitudinal et transversal de la jauge ne sont pas influentes. Seule l'orientation angulaire entraîne des biais et incertitudes de mesure. Par contre, lorsque le champ de déplacements devient plus complexe, le gradient des déformations influence la distribution des déformations, surtout lorsque les lois de distribution des erreurs de positionnement possèdent de grandes étendues.

Afin d'étudier l'influence des lois de distribution des erreurs de positionnement, une analyse de sensibilité est réalisée à l'emplacement cible de l'éprouvette à encoches n°4e utilisée pour la validation expérimentale, sous une charge de 40 kN. La figure 5.5 et le tableau 5.2 présentent les distributions des déformations obtenues pour des lois uniformes et normales, avec différents paramètres. La jauge utilisée est une jauge collée de dimensions de grille 2 x 2 mm, possédant 16 lignes de grille, un facteur de jauge de 2.1 et un coefficient de sensibilité transversal de 5 %. Le nombre de simulations Monte Carlo est de  $5 \times 10^3$ .

Comme on pouvait s'y attendre, la loi uniforme est bornée et génère donc une distribution moins étendue que la loi normale. De même, il était prévisible d'obtenir une augmentation de l'étendue des déformations avec l'augmentation de l'étendue des distributions. Enfin, la loi normale entraîne une distribution plus concentrée autour de la médiane, due à sa distribution en forme de cloche.

Les lois de distribution des erreurs de positionnement dépendent principalement des méthodes utilisées lors de la pose des jauges de déformation, et sont directement liées aux tolérances de positionnement admises pour le placement des jauges. Ces lois sont propres à chaque application; réduire leur étendue réduit directement l'étendue de la distribution des déformations, et donc les incertitudes de mesures.

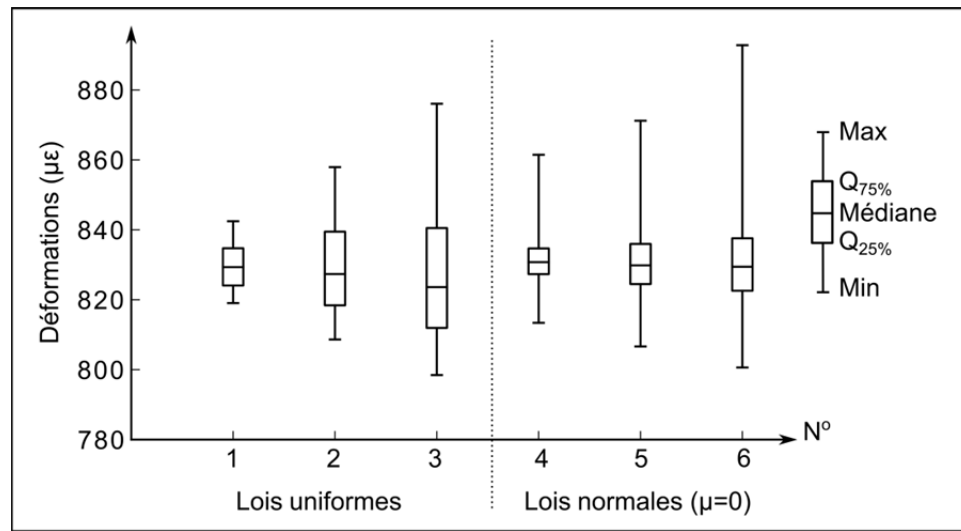


Figure 5.5 Influence des lois de distributions des erreurs de positionnement

Tableau 5.2 Influence des lois de distributions des erreurs de positionnement sur la distribution des déformations obtenue par la MNEIM

N°	Erreurs de positionnement	Lois utilisées	Paramètres	Distributions obtenues (μ $\epsilon$ )
				[Min ; Q <sub>25</sub> % ; Médiane ; Q <sub>75</sub> % ; Max]
1	Longitudinal	Uniforme	[ -1 ; 1 ]	[ 819 ; 824 ; 829 ; 835 ; 842 ]
	Transversal	Uniforme	[ -1 ; 1 ]	
	Angulaire	Uniforme	[ -1 ; 1 ]	
2	Longitudinal	Uniforme	[ -2 ; 2 ]	[ 809 ; 818 ; 827 ; 839 ; 858 ]
	Transversal	Uniforme	[ -2 ; 2 ]	
	Angulaire	Uniforme	[ -2 ; 2 ]	
3	Longitudinal	Uniforme	[ -3 ; 3 ]	[ 798 ; 812 ; 824 ; 840 ; 876 ]
	Transversal	Uniforme	[ -3 ; 3 ]	
	Angulaire	Uniforme	[ -3 ; 3 ]	
4	Longitudinal	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 0,5$	[ 813 ; 827 ; 831 ; 835 ; 861 ]
	Transversal	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 0,5$	
	Angulaire	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 0,5$	
5	Longitudinal	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 0,8$	[ 807 ; 824 ; 830 ; 836 ; 871 ]
	Transversal	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 0,8$	
	Angulaire	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 0,8$	
6	Longitudinal	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 1$	[ 801 ; 823 ; 829 ; 838 ; 893 ]
	Transversal	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 1$	
	Angulaire	Normale	$\mu : 0 \quad \sigma : 1$	

## 5.5 Limites du modèle ÉF de la plaque porteuse

Le modèle ÉF de la plaque porteuse est un modèle simple à deux dimensions qui ne prend pas en compte les possibles courbures de la surface de la structure. Cependant, il est quand même possible d'utiliser la MNEIM sur des surfaces faiblement courbées. La méthode utilise alors une projection de la plaque porteuse sur la surface du modèle ÉF. Les déplacements aux points de soudage évalués sont ensuite récupérés et appliqués sur la périphérie de la plaque porteuse, tel qu'illustré sur la figure 5.6. De plus, comme discuté dans la section 2.5.2, le modèle ÉF est une simplification de la plaque porteuse et ne modélise pas en détail les deux rangées de points de soudure et la bordure extérieure de la plaque. Les biais et incertitudes engendrés sont considérés comme négligeables, cependant, l'utilisateur de la MNEIM peut optimiser le modèle ÉF de la plaque porteuse pour prendre en compte ces paramètres.

Les jauges soudées sont généralement posées sur des surfaces planes ou peu courbées. Il est alors fait l'hypothèse que l'incertitude engendrée par la projection utilisée est négligeable par rapport à l'ensemble des autres incertitudes déterminées précédemment. Enfin, le nombre d'éléments utilisés lors de l'analyse ÉF doit être optimisé pour assurer la convergence de la déformation mesurée par la jauge. Il peut être déterminé par des analyses de sensibilité. Une estimation de l'erreur de discrétisation par les méthodes de O. C. Zienkiewicz et J. Z. Zhu peut également être réalisée (Zienkiewicz et Zhu, 1986) mais engendrera des résultats semblables à ceux obtenus par l'optimisation du nombre d'éléments de la plaque porteuse.

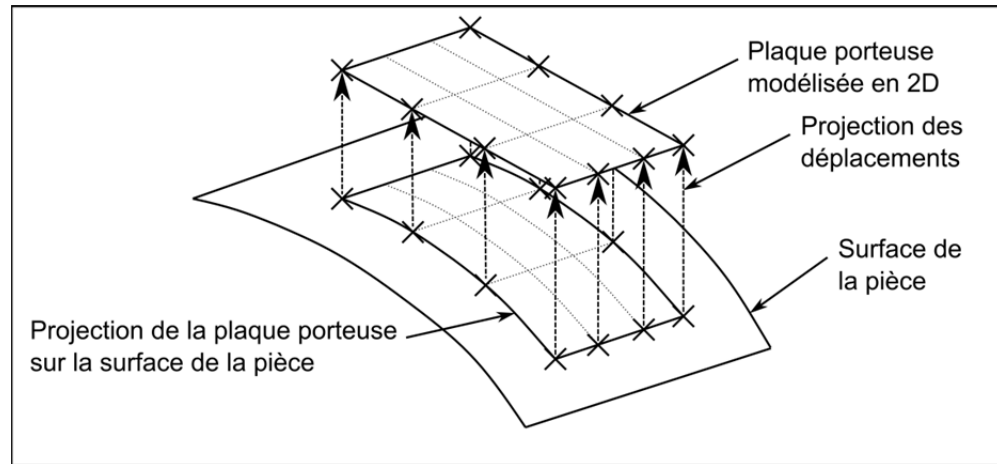


Figure 5.6 Projection de la plaque porteuse sur la surface de la pièce

## 5.6 Conclusion sur l'interprétation des résultats

Tout d'abord, nous avons vu que les déformations mesurées par les jauges sont fonction d'un nombre important de paramètres. Chacun de ceux-ci influence la mesure à un certain degré. La MNEIM permet de prendre en compte plusieurs de ces paramètres afin de quantifier leur influence sur la déformation mesurée et, ainsi, estimer les incertitudes de mesures.

Cependant, chaque paramètre entraîne une incertitude et la MNEIM permet généralement de déterminer l'influence de l'ensemble des paramètres simultanément, et non l'influence de chaque paramètre indépendamment. De plus, la méthode elle-même possède ses propres hypothèses qui se traduisent par des incertitudes inhérentes aux dites hypothèses. Même si celles-ci peuvent être considérées comme négligeables dans la plupart des cas, elles peuvent influencer les résultats pour des cas particuliers (par exemple : pour une jauge sur une surface fortement courbée).

Les différentes études réalisées dans cette section permettent de déterminer l'influence de certains paramètres en particulier. Ainsi, les influences du gradient du champ de déformations, des caractéristiques de la jauge, et des lois de distribution des erreurs de positionnement de la jauge sont étudiées. Il est alors possible de tirer certaines conclusions :

- Premièrement, une jauge dont la grille est de faibles dimensions obtiendra moins d'erreur de mesure qu'une jauge de grandes dimensions; cela est dû à l'erreur d'intégration de la jauge, et est d'autant plus vrai que le gradient du champ de déformations sous la grille est élevé. Cependant, ces petites jauges peuvent avoir certains désavantages en pratique. De plus, lorsque le gradient du champ de déformations est nul, il est préférable d'utiliser des jauges de grandes dimensions afin de moyenner les déformations, notamment pour les matériaux non-homogènes;
- Ensuite, les jauges soudées intègrent une incertitude de mesure non négligeable en raison de la présence de la plaque porteuse. Cette incertitude est toutefois minimisée avec un modèle de soudage en 'O' par rapport à un modèle de soudage en 'U'. Ce dernier modèle engendre généralement une mesure plus faible (en valeur absolue) que la déformation à la surface de la pièce. La position de la jauge sur la plaque porteuse est également importante, et doit se situer au plus proche des côtés soudés pour minimiser les erreurs et incertitudes de mesure;
- Pour finir, l'augmentation de la tolérance de positionnement des jauges augmente inévitablement leur incertitude de mesure dépendamment du champ de déformations sous la jauge. Chaque cas d'utilisation de jauges de déformation doit donc être traité indépendamment, avec ses propres paramètres.

## 5.7 Discussion

Les jauges de déformation ont déjà été largement revues dans la littérature et leurs principales sources d'erreurs et d'incertitudes ont été étudiées. L'erreur engendrée par l'effet d'intégration de la jauge a été revue dans la littérature et sa détermination a été réalisée pour des cas simple (Gafitanu, Barsanescu et Poterasu, 1990; Younis et Kang, 2011). Selon notre connaissance, les erreurs et incertitudes de positionnement de la jauge n'ont pas fait l'objet d'études dans la littérature; seule l'influence de l'erreur d'orientation a pu être quantifiée

(Perry, 1969b; Vishay Micro-Measurements, 2007). Ces erreurs nécessitent la connaissance *a priori* des champs de déplacements à la surface de la structure et à proximité de la position cible de la jauge. Tandis que les recherches précédentes utilisaient les champs de déplacements déterminés par des méthodes analytiques pour des cas simples, la MNEIM utilise les champs de déplacements qui résultent d'une analyse ÉF de la structure. Ainsi, les incertitudes de mesure peuvent être déterminées pour la plupart des structures mécaniques et il est également possible de réaliser une validation croisée entre les résultats des mesures corrigées et les résultats des modèles ÉF.

Cependant, les modèles ÉF possèdent également leurs propres hypothèses et, par conséquent, leurs erreurs et incertitudes (Fong *et al.*, 2008). Rigoureusement, ils présentent une approximation des structures mécaniques et de leur chargement. La MNEIM se base donc sur des modèles approximatifs. Les incertitudes des modèles ÉF sont encore difficilement quantifiables, surtout pour des structures complexes. Néanmoins, nous avons retenu la méthode des ÉF comme référence pour estimer les incertitudes liées aux mesures expérimentales car elle est la seule méthode permettant d'obtenir une estimation acceptable des champs de déplacements à proximité des jauges qui sont indispensables à la détermination des incertitudes de mesures. De plus, c'est à partir de cette méthode que se font la plupart des analyses mécaniques actuelles. Cela permet finalement d'obtenir une estimation crédible des corrections et de l'étendue des incertitudes liées aux mesures expérimentales.

Lorsque les mesures, corrigées par les autres sources d'incertitudes connues, se croisent avec les résultats de la MNEIM, le champ de déplacements du modèle ÉF peut être considéré comme un champ de déplacements permettant d'obtenir la déformation mesurée par la jauge. Cependant, plusieurs champs de déplacements peuvent engendrer la même déformation mesurée par une jauge uniaxiale et il n'est pas possible de déterminer exactement si le champ de déplacements de la structure est significativement le même que celui déterminé par les modèles ÉF. En conclusion, la décision finale de validation des niveaux de déformations doit être prise par le personnel possédant l'expertise et la connaissance des différentes méthodes

de détermination des déformations. Cette décision peut également être appuyée par d'autres mesures validant le modèle ÉF (mesures de pression par exemple).

La connaissance précise des niveaux de déformations et de leurs incertitudes peut parfois ne pas être indispensable aux analyses mécaniques. Certains domaines emploient des facteurs de sécurité assez élevés pour transcender les effets des incertitudes. Il n'est alors pas nécessaire de faire une étude aussi complexe. Par contre, d'autres domaines exploitent les équipements au voisinage de leur potentiel, et par conséquent, utilisent des facteurs de sécurité relativement faibles. Dans ces cas, une estimation précise des niveaux de déformations et de leurs incertitudes est fondamentale, d'où l'utilité de la MNEIM.

Les résultats obtenus par l'analyse des biais et incertitudes des jauges de déformation ont des conséquences non négligeables pour certains domaines de la mécanique. Par exemple, nous signalons au lecteur que le phénomène de la fatigue utilise non pas les niveaux de déformations, mais leur étendue (Hertzberg, 1995). Dans ce sens, les corrections et incertitudes des mesures expérimentales peuvent être fortement influentes ou totalement négligeables. À titre d'exemple, pour le cas de jauges soudées, il a été déterminé dans la section 5.3.2 que la déformation mesurée est généralement inférieure à la déformation réelle, en valeur absolue. Ainsi, comme le montre la figure 5.7, l'influence des erreurs de mesures sur l'amplitude mesurée peut être significative et peut ainsi influencer le phénomène de fatigue (Cas 1), ou être négligeable et non influente pour le phénomène de fatigue (Cas 2).

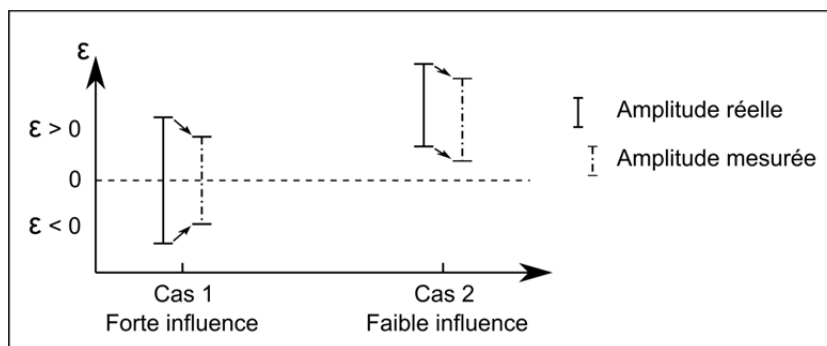


Figure 5.7 Influence des erreurs de mesures expérimentales sur le phénomène de fatigue (jauges soudées)



## CONCLUSION

Ce mémoire présente les résultats de deux années de recherches sur les incertitudes de mesures, spécifiquement appliquées aux jauges de déformation. Le lecteur doit garder à l'esprit que la mesure d'une quantité physique est toujours entachée d'erreurs et d'incertitudes; ainsi, la vraie valeur d'une quantité ne peut jamais être déterminée exactement (BIPM et al., 2008a). En conséquence, le but d'une mesure ne doit pas seulement être la détermination de la valeur estimée, mais doit également comprendre la détermination du doute associé à cette valeur. La détermination des déformations dans les structures mécaniques n'échappe pas à cette règle. Les hypothèses et doutes associés aux méthodes de détermination engendrent des différences entre les résultats de méthodes expérimentales, analytiques, numériques, et la déformation réelle de la structure. Il est alors nécessaire de connaître les erreurs et incertitudes engendrées par chacune des méthodes de détermination pour pouvoir réaliser une validation croisée des résultats et ainsi obtenir une estimation crédible de la déformation réelle.

La méthode de détermination des déformations principalement étudiée dans ce mémoire est celle, expérimentale, des mesures par jauges de déformation. Ces dernières ont largement été étudiées dans la littérature (Pople et British Society of Strain Measurement, 1979) et de nombreuses études ont permis de déterminer les corrections principales à apporter aux mesures. Les sources d'incertitudes les plus influentes, connues et quantifiables, sont celles liées à l'instrument de mesure, la température, l'erreur d'alignement, la sensibilité transversale (quantifiable pour les rosettes seulement), le pont de Wheatstone, et le facteur de jauge. Ces incertitudes peuvent engendrer des différences significatives entre la déformation réelle de la structure et la déformation mesurée et elles ne doivent pas être négligées lors du traitement des mesures. Cependant, d'autres facteurs influencent les mesures et n'ont pas encore été quantifiés de façon systématique. C'est le cas de l'erreur d'intégration, des incertitudes de positionnement et de la sensibilité transversale (pour les jauges uniaxiales). De même, l'incertitude due à la plaque porteuse des jauges soudées n'a, à notre connaissance, jamais été étudiée. L'influence de ces paramètres ne peut être estimée sans la

connaissance des champs de déplacements dans le voisinage de la jauge, et c'est ce qui rend complexe leur détermination.

Un des objectifs principaux de cette recherche était la détermination d'une méthode permettant d'évaluer les erreurs et incertitudes des mesures par jauges de déformation. Ainsi, nous avons développé une Méthode Numérique d'Évaluation des Incertitudes de Mesures (MNEIM) dues à l'erreur d'intégration, de positionnement, de sensibilité transversale et de comportement des jauges soudées. Cette méthode intègre également les incertitudes sur les dimensions et la sensibilité transversale de la jauge. Afin de déterminer les champs de déplacements au voisinage de la jauge, un modèle ÉF de la structure est utilisé. La MNEIM se résume ainsi : des jauges numériques sont positionnées aléatoirement dans une zone délimitée par rapport à la position cible de la jauge à la surface du modèle ÉF de la structure. Ensuite, ces jauges numériques évaluent à chaque emplacement la déformation mesurée, tout en incluant les incertitudes étudiées. La MNEIM permet alors d'estimer une distribution de déformations représentant un intervalle statistique dans lequel la déformation mesurée expérimentalement doit être incluse pour pouvoir valider le modèle ÉF.

Nous avons validé la MNEIM sur des cas d'études dont les déformations et leurs incertitudes pouvaient être connues de manière quasi-certaines. Trois jauges de déformation différentes ont été placées sur des éprouvettes et les déformations obtenues expérimentalement ont permis de valider les modèles de la MNEIM pour les jauges collées et les jauges soudées avec un modèle de soudage en 'U'. Le modèle de soudage en 'O' n'a pu être totalement validé et il faudrait refaire des expérimentations afin de le valider complètement. Cependant, la tendance prévue pour ce modèle est confirmée par les résultats expérimentaux. Ainsi, le modèle de soudage en 'U' entraîne plus de corrections et d'incertitudes sur les mesures que le modèle de soudage en 'O'. De même, les résultats des jauges collées prouvent leur efficacité par rapport aux jauges soudées. Finalement, la MNEIM est validée et permet de prédire statistiquement, en prenant en compte les corrections et incertitudes de mesures, les résultats de mesures expérimentales lorsque les modèles ÉF sont valides.

Par la suite, la MNEIM a été appliquée à une roue de turbine hydraulique. Les différences entre les déformations obtenues par les modèles ÉF et les déformations mesurées *in situ* ont pu être partiellement expliquées par l'évaluation des erreurs et incertitudes de mesures avec la MNEIM. En effet, certains sites de jauge n'engendrent pas la validation des déformations. Cependant, cela peut s'expliquer par les incertitudes non prises en compte lors de la correction des déformations mesurées (température, instrument de mesure, pont de Wheatstone, dimensions des jauges) mais également par les incertitudes sur les modèles ÉF de la roue, difficiles à déterminer et pour lesquelles les limites du programme de cette recherche ne nous ont pas permis d'être exhaustif.

Enfin, les principaux paramètres influençant les erreurs et incertitudes de mesures ont été étudiés au chapitre 5. L'analyse du gradient du champ de déformations autour de la jauge ainsi que des caractéristiques de la jauge et des lois de distributions des erreurs de positionnement permet de conclure sur leurs impacts sur les corrections et incertitudes de mesures. Un gradient du champ de déformations élevé entraînera des corrections et incertitudes de mesure non négligeables. Cela est d'autant plus vrai lorsque les dimensions de la jauge sont grandes. De plus, lors de l'utilisation de jauges soudées, la combinaison du modèle de soudage avec les dimensions de la plaque porteuse et la position de la jauge sur cette plaque peut engendrer des corrections et incertitudes négligeables ou, au contraire, fortement influentes selon les cas. Aussi, les lois de distributions des erreurs de positionnement influencent significativement les résultats de la MNEIM. Il faut alors traiter les applications au cas par cas et il n'est pas possible de généraliser les corrections et incertitudes de mesures à toutes les mesures expérimentales.

La MNEIM est un outil de plus qui assiste la prise de décision sur la validation de niveaux de déformations à partir des mesures *in situ* et des analyses ÉF. Cet outil intègre plusieurs sources d'incertitudes de mesures et son utilisation doit se faire par une personne sensibilisée à son fonctionnement. La méthode peut également être exploitée avant les expérimentations pour orienter le choix des jauges. De même, l'influence des méthodes de positionnement des jauges peuvent être quantifiées. Ainsi, les industriels peuvent utiliser cet outil avant de

réaliser les mesures, pour réduire leurs incertitudes et optimiser leurs choix de jauges, leurs emplacements, et leurs méthodes de positionnement.

Pour conclure, il est important de rappeler que le *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* spécifie entre autres que :

« L'évaluation de l'incertitude n'est ni une tâche routinière, ni purement mathématique; cela dépend de la connaissance détaillée de la nature du mesurande et de la mesure. La qualité et l'utilité de l'incertitude indiquée pour le résultat d'une mesure dépendra finalement de la compréhension, de l'analyse critique et de l'intégrité de ceux qui contribuent à l'assignement de sa valeur » (BIPM *et al.*, 2008, p. 8).

Ainsi, seule une connaissance approfondie des moyens et des méthodes employées permet la détermination critique des corrections et incertitudes associées à une quantité physique.

## RECOMMANDATIONS

À la vue des résultats de cette étude, plusieurs recommandations peuvent être données. Elles concernent, dans un premier temps, l'utilisation et la validation de la MNEIM. Dans un second temps, des recommandations générales sur l'utilisation des jauges de déformations sont présentées. Enfin, les recommandations pour des études futures terminent ce mémoire.

Tout d'abord, les incertitudes de mesures dépendent d'un nombre important de paramètres. Ces paramètres peuvent être utilisés lors de la correction des mesures expérimentales ainsi que lors de l'application de la MNEIM. Pour une étude 'optimisée', il est essentiel de déterminer au mieux l'ensemble des paramètres et leurs incertitudes. Ainsi, les facteurs suivants, et leurs incertitudes, devraient être systématiquement relevés lors des mesures : les paramètres des jauges ( $K$ ,  $K_t$ ,  $\beta_G$ ,  $\alpha_s$ ,  $\alpha_g$ ,  $C_T$ ), les paramètres liés à l'instrument de mesure ( $V_s$ ,  $V_e$ ,  $\varepsilon_c$ ,  $K_I$ ), et les différentes températures ( $T$ ,  $T_0$ ,  $T_f$ ). D'autre part, certains paramètres sont générés aléatoirement lors de l'application de la MNEIM. Il est alors essentiel de déterminer leur loi de distribution de manière à ce qu'elles reflètent au mieux la réalité des mesures. Ainsi, les lois de distributions utilisées, pour les erreurs de positionnement notamment, doivent faire l'objet d'une étude approfondie. De même, les dimensions des jauges utilisées devraient être contrôlées. Ce n'est que lorsque l'ensemble des paramètres influents sont connus que l'étude des corrections et incertitudes des mesures expérimentales est significative.

La validation expérimentale a permis de valider la MNEIM pour les jauges collées et les jauges soudées avec un modèle de soudage en 'U'. Cependant, le modèle de soudage en 'O' n'a pu être totalement validé en raison du manque de jauges expérimentées avec ce modèle. Le temps imparti et les moyens disponibles n'ont pas permis de compléter les expérimentations et nous recommandons alors fortement de les renouveler afin de valider ce modèle particulier. Cela peut se faire par de manières similaires aux expérimentations réalisées dans ce mémoire. Ainsi, au moins deux éprouvettes chargées en traction-compression pourraient être utilisées. Deux jauges soudées de dimensions différentes, mais

avec un modèle de soudage en ‘O’, ainsi que deux rosettes de vérification devraient être placées sur chacune de ces éprouvettes de la même manière que lors de la validation expérimentale. La MNEIM permettrait de déterminer une distribution dans laquelle devraient se situer les déformations mesurées. Il serait alors possible de valider - ou non - la MNEIM pour le modèle de soudage en ‘O’ par des mesures expérimentales.

Nous l’avons vu tout au long de ce mémoire, les mesures par jauges de déformation sont affectées par leurs caractéristiques. Bien que chaque cas expérimental doive être traité indépendamment, il est possible de donner certaines recommandations générales :

- Nous recommandons d’utiliser, si possible, des jauges collées au lieu de jauges soudées car ces dernières engendrent plus de corrections et d’incertitudes de mesures;
- Si toutefois des jauges soudées sont utilisées, celles avec un modèle de soudage en ‘O’ possèdent généralement moins de corrections et d’incertitudes que les jauges soudées avec un modèle de soudage en ‘U’. Nous recommandons donc d’utiliser un modèle de soudage en ‘O’ lors de l’utilisation de jauges soudées. De plus, les dimensions optimales pour minimiser l’erreur due à la plaque porteuse sont une plaque longue et étroite, possédant sa jauge au plus proche des côtés soudés de la plaque;
- L’utilisation d’une jauge de petites dimensions est préférable car l’effet d’intégration est minimisé. Néanmoins, cela peut entraîner certaines contraintes d’ordre pratique : pose difficile, élongation maximale admissible et dissipation de la chaleur plus faible, hystérésis plus importante. Lorsque le gradient du champ de déformations sous la jauge est constant, cette erreur est cependant négligeable. Pour les matériaux non-homogènes, il vaut alors mieux utiliser des jauges plus grandes afin de moyenniser les déformations sur la longueur de la jauge (Hoffman, 1989; Vishay Micro-Measurements, 2010d);
- Lorsque possible, nous recommandons de placer la jauge dans un champ de déformations ayant un faible gradient pour minimiser les erreurs et incertitudes de mesures;

- Enfin, les incertitudes de positionnement des jauges doivent être minimisées, en mesurant précisément la position des jauges par rapport aux référentiels de la structure globale. Ainsi, pour une roue de turbine hydraulique, la mesure des erreurs de positions devrait se faire par rapport à son référentiel déterminé par son axe de rotation et la surface supérieure (ou inférieure) de la couronne (et pas par rapport à l'arrête de sortie et aux congés de raccord des pales, comme c'est le cas actuellement). Cette mesure de position peut se réaliser avec un scanner 3D par exemple.

Les contraintes du programme de maîtrise ne nous ont pas permis de pousser plus loin les recherches sur les incertitudes de mesures et nous recommandons fortement des études futures sur le sujet. Ainsi, concernant la MNEIM, il serait intéressant d'optimiser le modèle ÉF des plaques porteuses des jauges soudées afin qu'il prenne en compte les deux rangées de points de soudure et la bordure extérieure. Il serait également intéressant d'évaluer et d'inclure des effets annexes pouvant influencer les mesures dans des cas particuliers. Ces effets peuvent être l'influence de la haute pression sur les jauges, étudiée notamment par R. V. Milligan (Milligan, 1964; 1965), mais également l'influence des surfaces courbées, étudiée par J. Avril et J. C. Brûlé (Avril et Brûlé, 1984).

Toujours concernant notre méthode, il serait utile de pouvoir déterminer le poids d'influence de chaque facteur dans les corrections et incertitudes de mesure. En effet, la MNEIM prend actuellement en compte l'ensemble des facteurs d'influence simultanément. Pouvoir déterminer le poids de chaque facteur permettrait de déterminer lequel est le plus influent, pour ensuite le corriger et réduire au mieux les corrections et incertitudes. Cela pourrait être réalisé par des simulations Monte Carlo, dans lesquelles seul le facteur étudié varie aléatoirement, de la même manière que les analyses de sensibilités réalisées dans les chapitres 4 et 5.

La MNEIM peut être utilisée sur des structures complexes. Il faut néanmoins garder en mémoire qu'elle utilise les résultats de modèles ÉF et que ces derniers possèdent des

incertitudes. Des études futures devraient être réalisées afin de pouvoir, d'abord, déterminer ces incertitudes et, ensuite, les inclure directement dans la MNEIM.

Ce mémoire étudie les jauges de déformation par trame pelliculaire, cependant, les erreurs et incertitudes de mesures sont présentes pour tous les capteurs. Ainsi, la MNEIM pourrait être adaptée aux autres technologies de jauges (jauges optiques par exemple) mais également aux technologies d'autres capteurs. Nous pensons notamment aux capteurs de pressions, de température, et aux accéléromètres, aussi utilisés pour valider les modèles ÉF, et qui possèdent inévitablement des erreurs et incertitudes de positionnement. Il est possible d'utiliser la même méthode de simulations de capteurs positionnés aléatoirement sur la surface du modèle ÉF de la structure pour obtenir une étendue des données dans laquelle doivent se situer les mesures, et ainsi réaliser une validation des mesures expérimentales et des résultats d'autres méthodes.

Finalement, les incertitudes de mesures ont jusqu'à présent été déterminées sur des modèles statiques. Or, ces modèles ne représentent pas l'ensemble des modèles naturels des structures, et les incertitudes devraient pouvoir être également déterminées sur les modèles dynamiques. De plus, les corrections et incertitudes sont déterminées en une location précise à la surface de la structure correspondant à la position cible de la jauge. Or, il est indispensable, pour l'étude de certains phénomènes comme la fatigue, de connaître les incertitudes en des emplacements où aucune mesure n'est disponible. Ainsi, des recherches futures sur l'interpolation et l'extrapolation spatiale des incertitudes de mesures sont indispensables. Nous pouvons recommander l'étude de la méthode du krigage qui permet d'interpoler spatialement des données à partir d'un nombre limité de mesures (Baillargeon, 2005). De même, il serait essentiel de pouvoir interpoler les incertitudes de mesures entre les différentes conditions de chargement. L'étude approfondie des erreurs et incertitudes de mesures permettrait alors, en plus de déterminer les niveaux de déformations avec plus de précision et moins de doutes, de définir les conditions expérimentales optimales pour l'exploitation des mesures par jauges de déformation.



L'auteur tient à remercier le lecteur et l'ensemble des membres du jury pour la lecture de ce mémoire.



## ANNEXE I

### FICHE SIGNALÉTIQUE DE LA JAUGE WK-06-060-WR-350

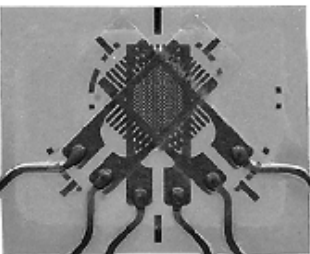
060WR

**MIME** Micro-Measurements



#### General Purpose Strain Gages - Rectangular Rosette

##### GAGE PATTERN DATA

 actual size	GAGE DESIGNATION	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE
	See Note 1, 2		See Note 2
	WA-XX-060WR-120	120 ± 0.5%	
	WK-XX-060WR-120	120 ± 0.5%	
	WK-XX-060WR-350	350 ± 0.5%	
	WK-XX-060WR-10C	1000 ± 0.5%	
	SA-XX-060WR-120	120 ± 0.5%	
	SK-XX-060WR-120	120 ± 0.5%	
	SK-XX-060WR-350	350 ± 0.5%	
	SK-XX-060WR-10C	1000 ± 0.5%	
<b>DESCRIPTION</b> Small three-element 45° rectangular stacked rosette.			

##### GAGE DIMENSIONS

Legend: ES = Each Section CP = Complete Pattern  
S = Section (S1 = Sec 1) M = Matrix

Inch  
millimeter

Gage Length	Overall Length	Grid Width	Overall Width	Matrix Length	Matrix Width
0.060 ES	0.24 M	0.060 ES	0.30 M	0.24	0.30
1.52 ES	6.1 M	1.52 ES	7.6 M	6.1	7.6

##### GAGE SERIES DATA

See Gage Series data sheet for complete specifications.

Series	Description	Strain Range	Temperature Range
WA	Fully encapsulated constantan gages with high-endurance leadwires.	±2%	-100° to +400°F [-75° to +205°C]
WK	Fully encapsulated K-alloy gages with high-endurance leadwires.	±1.5%	-452° to +550°F [-269° to +290°C]
SA	Fully encapsulated constantan gages with solder dots.	±2%	-100° to +400°F [-75° to +205°C]
SK	Fully encapsulated K-alloy gages with solder dots.	±1.5%	-452° to +450°F [-269° to +230°C]

**Note 1:** Insert desired S-T-C number in spaces marked XX.

**Note 2:** Products with designations and options shown in bold are not RoHS compliant.




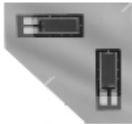

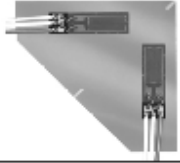

## ANNEXE II

### FICHE SIGNALÉTIQUE DES JAUGES CEA-06-W250A-350 ET LWK-06-W250B-350



#### Weldable Patterns Vishay Micro-Measurements

#### Special Purpose Sensors - Weldable Patterns

GAGE PATTERN AND DESIGNATION Actual Size Shown.  Insert Desired S-T-C No. in Spaces Marked XX.	RES. IN OHMS	DIMENSIONS							
		CARRIER			ACTIVE GRID		MATRIX		
		Length	Width	Thick	Length	Width	Length	Width	
CEA-XX-W250A-120 CEA-XX-W250A-350 	120 ±0.4% 350 ±0.4%	0.63	0.34	0.005	0.230	0.125	0.44	0.17	Most flexible and conformable pattern. Type 326-DFV and 330-DFV flat three-conductor cable typically used to solder directly to copper-coated tabs.
		16.0	8.6	0.13	5.84	3.18	11.2	4.3	
CEA-XX-W250C-120 CEA-XX-W250C-350 	120 ±0.4% 350 ±0.4%	0.90	0.90	0.005	0.230	0.125	0.44	0.17	Tee rosette, used in biaxial stress states where directions of principal stresses are known. See W250A pattern for typical leadwire recommendations.
		22.9	22.9	0.13	5.84	3.18	11.2	4.3	
LWK-XX-W250B-350 	350 ±0.4%	0.88	0.32	0.005	0.250	0.125	0.62	0.17	Wide-temperature-range linear pattern with 10-in (250-mm) preattached leads. Teflon insulation is pretreated for best bond to protective coatings.
		22.4	8.1	0.13	6.35	3.18	15.7	4.3	
LWK-XX-W250D-350 	350 ±0.4%	1.15	1.15	0.005	0.250	0.125	0.62	0.17	Tee rosette, used in biaxial stress states where directions of principal stresses are known and a wide operating temperature range is required.
		29.2	29.2	0.13	6.35	3.18	15.7	4.3	
WWT-TG-W200B-050 	50 ±0.4% @ +75°F (+24°C)	0.71	0.43	0.005	0.200	0.200	0.52	0.26	Easy-to-use temperature sensor that can be welded or adhesively bonded to the test structure. For standard bondable temperature sensors, see pages 100-102.
		18.0	10.9	0.13	5.08	5.08	13.1	6.6	

## BIBLIOGRAPHIE

- Ajovalasit, A., et G. Pitarresi. 2011. « Strain measurement on composites: Effects due to strain gauge misalignment ». *Strain*, vol. 47, n° SUPPL. 1, p. 1-9.
- Avril, J., et J.C. Brûlé. 1984. *Encyclopédie d'analyse des contraintes*. Malakoff: Micromesures, 533 p.
- Baillargeon, S. 2005. « Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations ». Mémoire de maîtrise en statistique. Laval, Québec, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, 102 p.
- BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP et OIML. 2008a. *Uncertainty of measurement*. ISO/IEC GUIDE 98-3:2008(E) ICS17.020. Geneva: International Organization for Standardization, 120 p.
- BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP et OIML. 2008b. *Uncertainty of measurement*. ISO/IEC GUIDE 98-3/Suppl.1. Geneva: International Organization for Standardization.
- Cook, R. D., D. S. Malkus, M. E. Plesha et R. J. Witt. 2002. *Concepts and applications of finite element analysis*, 4th ed. United States: John Wiley & Sons. Inc., 719 p.
- DaimlerChrysler Corporation, Ford Motor Company et General Motors Corporation. 2002. *Measurement Systems Analysis*, 3rd ed. 225 p.
- De Lima, B. S. L. P., et N. F. F. Ebecken. 2000. « A comparison of models for uncertainty analysis by the finite element method ». *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 34, n° 2, p. 211-32.
- Dhatt, G., G. Touzot et E. Lefrançois. 2007. *Méthode des éléments finis*. Chippenham, England: Lavoisier, 601 p.
- Fong, Jeffrey, James Filliben, Alan Heckert et Roland DeWit. 2008. « Design of experiments approach to verification and uncertainty estimation of simulations based on finite element method ». In *2008 ASEE Annual Conference and Exposition*. (Pittsburg, PA, United states, 22-24 June 2008). Coll. « ASEE Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings »: American Society for Engineering Education.
- Gafitanu, M., P. D. Barsanescu et V. F. Poterasu. 1990. « Measurement errors resulting from the strain gauge integration effect ». *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 41, n° 2, p. 127-139.

- Gagnon, M., S. A. Tahan, P. Bocher et D. Thibault. 2012. « A probabilistic model for the onset of High Cycle Fatigue (HCF) crack propagation: application to hydroelectric turbine runner ». *International Journal of Fatigue*, vol. In Press.
- Griffin, D. S., et R. S. Varga. 1963. « Numerical solution of plane elasticity problems ». *Society of Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, n° 4, p. 1046-1062.
- Hertzberg, R. W. (Ed). 1995. *Deformation and fracture mechanics of engineering materials*, 4ème édition. Wiley, 816 p.
- Hoffman, K. 1989. *An Introduction to Measurements using Strain Gages*. Darmstadt (Germany): Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 257 p.
- Horoschenkoff, A., S. Klein et H. Haase. 2006. *Structural integration of strain gages*. Darmstadt (Germany): Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH (HBM), 55 p.
- Le Goër, J-L., et J. Avril. 1992a. « Capteurs à jauges extensométriques ». *Techniques de l'Ingénieur*. Vol. R, n° 1860, p. 1-24.
- Le Goër, J-L., et J. Avril. 1992b. « Extensométrie ». *Techniques de l'ingénieur*. Vol. R, n° 1850, p. 1-17.
- Ling, Chih-Bing, Pasadena et Calif. 1947. « Stresses in a notched strip under tension ». *Journal of applied mechanics*, vol. 14, n° 4, p. A275-A280.
- Matsumoto, M., et E. Iwaya. 2000. « Interval finite element analysis to structural systems ». In *Proceedings 9th IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication*. (Piscataway, NJ, USA, 27-29 Sept. 2000), p. 132-6.
- Milligan, R. V. 1964. « Effects of high pressure on foil strain gages ». *Experimental Mechanics*, vol. 4, n° 2, p. 25-36.
- Milligan, R. V. 1965. « Effects of high pressure on foil strain gages on convex and concave surfaces ». *Experimental Mechanics*, vol. 5, n° 2, p. 59-64.
- Montero, W., R. Farag, V. Diaz, M. Ramirez et B. L. Boada. 2011. « Uncertainties associated with strain-measuring systems using resistance strain gauges ». *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 46, n° 1, p. 1-13.
- Norme Internationale. 1999. *Turbines hydrauliques, pompes d'accumulation et pompes-turbines - Essais de réception sur modèle*. IEC 60193. Geneva (Suisse): International Electrotechnical Commission, 569 p.
- Office des normes générales du Canada. 1996. *Micromètres*. CAN/CGSB-39.18-96. Ottawa: Office des normes générales du Canada.

- Pellisetti, M. F., et G. I. Schueler. 2009. « Scalable uncertainty and reliability analysis by integration of advanced Monte Carlo simulation and generic finite element solvers ». *Computers & Structures*, vol. 87, n° 13-14, p. 930-47.
- Perry, C. C. 1969a. « Errors due to Transverse Sensitivity in Strain Gages ». In *Performance Characteristics of Strain Gages in 550//0 to 1700//0 F Environment, Proc of Tech Sess by the Tech Comm on Strain Gages, Soc for Exp Stress Anal.* (Philadelphia, PA, USA, May 13, 1969 ), p. 9-19.
- Perry, C. C. 1969b. « Strain Gage Misalignment Errors ». *Instrument and Control Systems*, vol. 42, n° 10, p. 137-139.
- Perry, C. C. 1984. « The resistance strain gage revisited ». *Experimental Mechanics*, vol. 24, n° 4, p. 286-99.
- Pople, J. 1984. « Errors in strain measurement-the human factor (or how much do I contribute?) ». *Experimental Techniques*, vol. 8, n° 9, p. 34-8.
- Pople, J. 1992. « Errors and Uncertainties in strain measurement ». In *Strain Gauge Technology*, 2nd ed, Chapter 5. London (England): Elsevier Applied Science.
- Pople, J., et British Society of Strain Measurement. 1979. *BSSM Strain Measurement Reference Book*, Réimprimée. British Society of Strain Measurement, 208 p.
- Poritsky, H., H. D. Snively et C. R. Wylie. 1939. « Numerical and graphical method of solving two-dimensional stress problems ». *American Society of Mechanical Engineers - Transactions - Journal of Applied Mechanics*, vol. 7, n° 1, p. 1-4.
- Stein, P.K. 1990. « A brief history of bonded resistance strain gages from conception to commercialization ». *Experimental Techniques*, vol. 14, n° 5, p. 13-19.
- Szczota, M. 2012. « Modélisation de l'historique d'opération de groupes turbine-alternateur ». Montréal, École de technologie supérieure, 86 p.
- Van den Nieuwenhof, B., et J. P. Coyette. 2003. « Modal approaches for the stochastic finite element analysis of structures with material and geometric uncertainties ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 192, n° 33-34, p. 3705-29.
- Van der Veen, A. M. H., et M. G. Cox. 2003. « Error analysis in the evaluation of measurement uncertainty ». *Metrologia*, vol. 40, n° 2, p. 42-50.
- Vishay Micro-Measurements. 2005a. « Attachment techniques for weldable strain gages and temperature sensors ». *Application Note B-131-5*. p. 1-3.



- Vishay Micro-Measurements. 2005b. « Strain gage installations with M-bond 200 adhesive ». *Instruction Bulletin B-127-14*. p. 1-4.
- Vishay Micro-Measurements. 2007. « Errors Due to Misalignment of Strain Gages ». *Tech Note TN-511*. p. 107-111.
- Vishay Micro-Measurements. 2009. « Surface Preparation for Strain Gage Bonding ». *Application Note B-129-8*. p. 1-7.
- Vishay Micro-Measurements. 2010a. « Errors Due to Wheatstone Bridge Nonlinearity ». *Tech Note TN-507-1*. p. 77-81.
- Vishay Micro-Measurements. 2010b. « Special Use Sensors - Weldable Strain Gages ». *Standard Weldable Patterns*. p. 118-119.
- Vishay Micro-Measurements. 2010c. « Strain gage applications with M-Bond GA-61 Adhesive ». *Instruction Bulletin B-128*. p. 1-4.
- Vishay Micro-Measurements. 2010d. « Strain gage selection: Criteria, Procedures, Recommendations ». *Tech-Note TN-505-4*. p. 49-64.
- Vishay Micro-Measurements. 2010e. « Strain Gage Thermal Output and Gage Factor Variation with Temperature ». *Tech Note TN-504-1*. p. 35-47.
- Vishay Micro-Measurements. 2011. « Errors due to transverse sensitivity in strain gages ». *Tech-Note TN-509*. p. 91-99.
- Window, A.L. 1992. *Strain Gauge Technology*, 2, illustrée. Elsevier Applied Science, 358 p.
- Xu, X. F. 2007. « A multiscale stochastic finite element method on elliptic problems involving uncertainties ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, n° 25-28, p. 2723-36.
- Younis, N. T., et B. Kang. 2011. « Averaging effects of a strain gage ». *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 25, n° 1, p. 163-169.
- Zienkiewicz, O. C., et J. Z. Zhu. 1986. « A simple estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis ». *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 24, p. 337-357.